

Die Senatorin für Kinder und Bildung

06.02.2020

Felix Albrecht

361 12567

Lfd.Nr.: 05/20 LJHA

V o r l a g e

für den Landesjugendhilfeausschuss am 20.02.2020

TOP 6

Bildungsplan 0-10 Jahre

A. Problem

Der Bericht im Anhang soll am 19.02.2020 der staatlichen Deputation für Kinder und Bildung vorgestellt und zur Kenntnis gegeben werden. Der Landesjugendhilfeausschuss soll in seiner Sitzung am 20.02.2020 ebenfalls Kenntnis erlangen.

B. Beschlussvorschlag

1. Der Landesjugendhilfeausschuss nimmt den Bericht zur Kenntnis und bittet die Senatorin für Kinder und Bildung über den weiteren Fortschritt zu berichten.

Bremische Bürgerschaft – SD.NET Vorlagenformular (Ausschüsse und Deputationen)

Ressort:	Die Senatorin für Kinder und Bildung	Verantwortlich:	Frau Kurz Frau Pregitzer Frau Schroth
Abteilung/Referat:	2/20 3/30 2/21	Telefon:	14185 16638 16288
Vorlagentyp:	Beschlussvorlage Ausschüsse/Deputationen	Aktenzeichen:	L 18/20
öff. / n.öff.:	öffentlich	Wirtschaftlichkeit:	Keine WU

Beratungsfolge	Beratungsaktion
Staatliche Deputation für Kinder und Bildung - 20. WP	Kenntnisnahme

Titel der Vorlage:

Bildungsplan 0-10 Jahre

Vorlagentext:

A. Problem

Für das Land Bremen wird in einem mehrschrittigen Prozess und mit Beteiligung aller relevanten Akteure aus dem Elementar- und Primarbereich ein Bildungsplan für Kinder im Alter von 0-10 Jahren erarbeitet. Dieser ist für die inhaltliche Arbeit der pädagogischen Fachkräfte in Kita und Schule, die gemeinsame Übergangsgestaltung zwischen Kita und Schule sowie für die Entwicklung eines anschlussfähigen Verständnisses von Bildung, Erziehung und Betreuung notwendig. Er nimmt die besonders entwicklungs- und lernintensive Altersspanne von der Krippe bis zum Ende der Grundschulzeit in den Blick. Im Mittelpunkt aller Überlegungen zur Verzahnung der Lern- und Bildungsorte Familie, Kita und Schule steht das Kind mit seinen Vorerfahrungen und Interessen. Dementsprechend sind drei übergeordnete Ziele formuliert:

1. Die Entwicklung einer gemeinsamen Bildungsverantwortung und eines gemeinsamen Bildungsverständnisses für die Bildungsphase von Kita und Grundschule,
2. die Gestaltung einer anschlussfähigen und abgestimmten Bildungskonzeption sowie
3. die Übergangsbegleitung des Kindes in seinem Bildungsverlauf

Für die Implementation des Bildungsplans 0-10 Jahre sind – neben der Erarbeitung eines gemeinsamen Verständnisses von Erziehung, Bildung und Betreuung in Kita und Grundschule sowie aufeinander aufbauender und anschlussfähiger Bildungskonzeptionen – auch Strukturen zu

etablieren, die zukünftig allen Kitas und Grundschulen im Lande Bremen eine regelhafte und kontinuierliche Zusammenarbeit ermöglichen.

Verbunden mit der Praxiserprobung und Implementierung des Bildungsplans 0-10 Jahre ist eine gemeinsame Professionalisierung der pädagogischen Fachkräfte in Kita und Grundschule sowie die Begleitung und Beratung beider Institutionen auf dem Weg zur regelhaften Kooperation in Verbänden in den beiden Stadtgemeinden umzusetzen.

B. Lösung

Als gemeinsame Arbeitsgrundlage für die pädagogischen Fachkräfte in Kitas und Schulen ist der Bildungsplan 0-10 Jahre als Handreichung für die Praxis konzipiert, um bereits vorhandene Strukturen, Konzepte und Erfahrungen für durchgängige Bildungsprozesse und die Zusammenarbeit zwischen den Institutionen zu ergänzen und zu systematisieren. Die Erarbeitung des Bildungsplans 0-10 Jahre ist eng mit der Qualitätsentwicklung in Kita und Schule verknüpft, orientiert sich jedoch gleichzeitig an den aktuellen Herausforderungen und Belastungen beider Institutionen. Daher sind immer wieder Abstimmungsprozesse mit den Trägern der Kindertagesbetreuung und Vertretungen aus Kitas und Grundschulen notwendig.

Durchgängige Bildungsarbeit konzeptionell und handlungsorientiert entwickeln und aufbauen

Grundlage für die gemeinsame Bildungsverantwortung bilden die im Oktober 2018 veröffentlichten „Pädagogischen Leitideen zum Bildungsplan 0-10 Jahre“. Sie beinhalten die Grundsätze und Bezugspunkte für die inhaltliche Bildungs- und Erziehungsarbeit im Bereich 0-10 Jahre, für die Übergangsgestaltung und für die Anschlussfähigkeit zwischen den Bildungsphasen, d.h. für die Erarbeitung der gemeinsamen Bildungskonzeptionen in den Bildungsbereichen des Kompetenzerwerbes. Diese Leitideen, die die Basis für die Erarbeitung eines gemeinsamen Bildungsverständnisses und die angestrebte systematische Zusammenarbeit zwischen Kitas und Grundschulen legen, stehen allen Kitas und Grundschulen bereits zur Verfügung.

Seit April 2018 werden für die Bildungsbereiche Sprachbildung, Mathematische Bildung und Ästhetische Bildung Konzepte für einen durchgängigen und systematischen Kompetenzaufbau in der Altersgruppe 0-10 Jahre entwickelt. Die Konzepte sind durch Praxisbeispiele illustriert und dienen als Grundlage für die Erprobung der jeweiligen Bildungsbereiche in der Praxis. Zur Erarbeitung der didaktischen Konzepte wurde ein Wissenschaftskonsortium eingerichtet. Dieses wird durch thematische Arbeitsgruppen ergänzt und erweitert. Um eine breite Beteiligung zu gewährleisten, ist ein Beirat gegründet worden, zu dem alle für die Umsetzung relevanten Akteure wie Kitaträger, Fachberatungen, Schulleitungen, Wissenschaftler*innen der Universität Bremen, Vertretungen von SKB und das Landesinstitut für Schule beteiligt sind.

Erste Entwürfe der Bildungskonzeptionen sowie weitere Praxisbeispiele liegen seit Oktober 2019 vor. Nach Beratung und Abstimmung mit der Lenkungsgruppe des Bildungsplans 0-10 Jahre und dem Landesinstitut für Schule stehen sie für die Praxiserprobung den Verbänden zur Verfügung. Die folgende Übersicht stellt den aktuellen Entwicklungsstand in den einzelnen Bereichen dar:

Tabelle 1: Übersicht zum aktuellen Entwicklungsstand des Bildungsplans 0-10 Jahre

Bildungsplan 0-10 Jahre					
2018 -2019				2020-2021	
				Sachbildung/Sachunterricht	
Pädagogische Leitideen	Bildungskonzeption mathematische Bildung	Bildungskonzeption sprachliche Bildung	Bildungskonzeption ästhetische Bildung	Bildungskonzeption Natur, Umwelt, Technik	Bildungskonzeption Soziales Lernen, Kultur und Gesellschaft
<Grundlage für gemeinsame Bildungsverantwortung <Grundsätze und Bezugspunkte für die inhaltliche Bildungs- und Erziehungsarbeit	<Lernen gestalten <Aufgaben und Ziele des Bildungsbereichs <Entwicklung von Kompetenzen <Standards am Ende Grundschulzeit* *für Sprache (Deutsch) und Mathematik				
	Praxisbeispiel Längen Praxisbeispiel Zahlenvorstellungen	Praxisbeispiel Lesen Praxisbeispiel Schriftsprache	Praxisbeispiel Mit allen Sinnen Praxisbeispiel 2 In gemeinsamer Entwicklung		

Wie dargestellt, umfasst der Bildungsplan 0 bis 10 Jahre neben den Pädagogischen Leitideen die strukturierte Darstellung der ersten drei Bildungsbereiche. Für diese Bildungskonzeptionen liegen Praxisbeispiele als Handreichungen vor. Die Anzahl der Beispiele kann im Rahmen der Erprobung ausgeweitet werden. Im nächsten Schritt werden die Bildungsbereiche Natur, Umwelt, Technik sowie Soziales Lernen, Kultur und Gesellschaft aus dem Bereich des Sachunterrichts nach der vorliegenden Struktur erarbeitet. Eine Auftaktveranstaltung in Zusammenarbeit mit der Universität Bremen und dem Landesinstitut für Schule hat im November 2019 stattgefunden.

Die vorhandenen Bildungspläne für Kita und Grundschule bleiben (vorerst) erhalten und werden um die oben benannten Bildungskonzeptionen erweitert. Im Anschluss an die Erprobung der Bildungsbereiche ist zu entscheiden, inwieweit und für welche Bereiche die bisherigen curricularen Vorgaben zu verändern sind.

Zusammenarbeit zwischen Kita und Grundschule regelhaft organisieren und stärken – durchgängige Bildungskonzepte erproben

Das in der Stadtgemeinde Bremerhaven bereits bestehende Konzept für eine flächendeckende Kooperationsstruktur zwischen allen Kitas und Grundschulen dient als Vorbild, um die erste Pilotphase zur Praxiserprobung des Bildungsplans 0-10 Jahre aufzubauen.

Ziel der Pilotphase ist es einerseits, bereits vorhandene Strukturen der Kooperation sichtbar zu machen, weiterzuentwickeln und zu festigen, Planungshilfen und solide Konzepte der

Zusammenarbeit zu entwickeln und diese den neuen Verbänden zur Verfügung zu stellen. Gleichzeitig sollen die Praxisbeispiele aus den erarbeiteten Bildungsbereichen für eine durchgängige Bildungsarbeit erprobt werden. Die Erfahrungen aus der Erprobung fließen in die Fortschreibung des Bildungsplans 0-10 Jahre ein.

Nach einer Bewerbungs- und Auswahlphase sind die ersten 5 Pilotverbände im April 2019 mit einer Auftaktveranstaltung gestartet. Die Pilotphase 1 endet im August 2021.

Der Theorie-Praxis-Transfer der Pilotverbände wird begleitet, moderiert, beraten und evaluiert. Gemeinsam mit der AG Verbände, der Universität Bremen und dem Landesinstitut für Schule ist eine tragfähige Struktur für die Begleitung und Praxiserprobung der Pilotverbände vorbereitet worden, die folgende drei Schwerpunkte beinhaltet:

1. Die Prozessbegleitung der Verbände
2. Die Evaluation der Verbundarbeit
3. Die Begleitung der Praxiserprobung durch die Universität Bremen

Die Unterstützung und gemeinsame Professionalisierung der Kitas und Grundschulen erfolgt in jeweiliger Verantwortung durch die beiden Stadtgemeinden Bremen und Bremerhaven vor dem Hintergrund bestehender Strukturen. Bremerhaven verfügt aufgrund der langjährig bestehenden Verbundarbeit zwischen Kitas und Grundschulen über etablierte Strukturen, während diese in Bremen aus- bzw. so aufgebaut werden müssen, dass langfristig alle Kitas und Grundschulen in gemeinsamen Verbänden zusammenarbeiten können.

In Bremen wird die Prozessbegleitung durch den Aufbau einer gemeinsamen Fachberatungsstruktur erfolgen. Die notwendige Organisationsentwicklung am Landesinstitut für Schule kann auf Grundlage des Antrags der Fraktionen der SPD, Bündnis 90/DIE GRÜNEN und DIE LINKE vom 07.11.2017 (Drs. 19/1344) entwickelt werden. Geplant ist der Aufbau eines Referates für den Bereich 0-10 Jahre, in dem Fachexpertise aus beiden Bereichen bereitgestellt wird, um die Zusammenarbeit von Kitas und Schulen kompetent begleiten zu können. Die Vorbereitungen für diese Unterstützungsstruktur sind weitgehend abgeschlossen, so dass das Fachberatungsteam – das an das LIS angebunden sein wird – noch im ersten Quartal 2020 seine Arbeit aufnehmen kann. Die Voraussetzungen für die gemeinsame Professionalisierung der pädagogischen Fachkräfte sind durch die Übertragung der trägerübergreifenden Fortbildungen für den Elementarbereich an das LIS Ende 2018 gegeben. Nach einer Übergangsphase im Jahr 2019 werden die Angebote für Kitas und Schulen seit Januar 2020 in einem gemeinsamen Format angeboten (<https://fortbildung.lis.bremen.de/>).

Des Weiteren konnte die Bibliothek im LIS um eine Auswahl von Literatur für den Elementarbereich bzw. zur Zusammenarbeit zwischen Kitas und Grundschule erweitert werden.

In der Zwischenzeit wurden die Verbände durch Vertretungen aus der Behörde, dem LIS und der Universität Bremen begleitet. In Kooperation mit Bremerhaven sind mit allen Verbänden Auftaktveranstaltungen durchgeführt worden, um erste Vereinbarungen der Zusammenarbeit zu treffen, Fragen sowie Verantwortlichkeiten und inhaltliche Schwerpunkte zu klären. Im November

2019 hat ein erstes Treffen mit den Verbundsprecher*innen stattgefunden, bei dem die Jahresplanung für 2020 abgestimmt und verabredet werden konnte.

Tabelle 2: Übersicht der Pilotverbünde der Pilotphase 1

Region	Bremen Nord	Gröpelingen	Hemelingen	Neustadt	Bremerhaven
Grundschulen	<ul style="list-style-type: none"> • Grundschule Farge • Schule an der Wigmodistraße 	<ul style="list-style-type: none"> • Grundschule Pastorenweg 	<ul style="list-style-type: none"> • Schule an der Brinkmannstraße • Schule am Osterhop • Schule an der Glockenstraße 	<ul style="list-style-type: none"> • Helene-Kaisen-Schule • Schule am Buntentorsteinweg 	<ul style="list-style-type: none"> • Marktschule Bremerhaven • Neue Grundschule Lehe • Lutherschule
Kitas	<ul style="list-style-type: none"> • Kita Ev. gemeinde Rönnebeck-Farge • Kita Ev. Ref. Gemeinde Blumenthal • Kita Martin-Luther-Gemeinde • KuFZ Farge-Rekum • KuFZ Kapitän-Dallmann-Straße* • KuFZ Wasserturm 	<ul style="list-style-type: none"> • Kinderhaus Quirli • Kita Buntes Haus* • Kita Lindenhof • KuFZ Pastorenweg 	<ul style="list-style-type: none"> • Kinderhaus Freunde • Kinderhaus Kleine Marsch • Evangelische Kita Hemelingen • KuFZ Osterhop 	<ul style="list-style-type: none"> • Kinderhaus Arche • Kinderhaus Kodakistan* • Kita Wilhelm-Kaisen-Oberschule • Kinderhaus Airport* • KuFZ Hardenbergstraße • KuFZ Kornstraße • SOS KuFZ Huckelriede 	<ul style="list-style-type: none"> • Kita Batteriestraße • Kita Lange Straße • Ev.-Luth. Kindertagesstätte Arche Noah • Kindertreff Oase • Kita Wichernhaus
Auswahl erste Erprobungsphase	<ul style="list-style-type: none"> • Mathematische Bildung 	<ul style="list-style-type: none"> • Mathematische Bildung 	<ul style="list-style-type: none"> • Sprachliche Bildung 	<ul style="list-style-type: none"> • Ästhetische Bildung 	<ul style="list-style-type: none"> • Mathematische Bildung

Die Evaluation der Verbundarbeit in Form einer Prozessanalyse erfolgt durch das Qualitätsreferat der SKB. Hierzu ist im September 2019 ein Evaluationsdesign entwickelt worden, welches den konkreten Gegenstand der Evaluation, die Zielsetzungen sowie die Evaluationsfragen enthält.

Die Evaluation wird auf zwei Ebenen durchgeführt: strukturell und inhaltlich. Auf struktureller Ebene werden die Kooperationsstrukturen, auf inhaltlicher Ebene die Umsetzung der pädagogischen Leitideen in den Verbänden evaluiert. Die pädagogischen Leitideen werden in die Evaluation aufgenommen, da die Verbände – neben den einzelnen Bildungskonzeptionen Sprachliche Bildung, Mathematische Bildung und Ästhetische Bildung – über diese Inhalte ihre Zusammenarbeit auf- und ausbauen.

Die Evaluation hat zum Ziel, Gelingensfaktoren für die Entwicklung von Handlungsempfehlungen zu identifizieren und für die regelhafte Ausweitung der Verbundstruktur zu nutzen sowie die Prozessqualität zu überprüfen und die Umsetzungsqualität zu sichern. Die Evaluationsfragen

beziehen sich auf das Gelingen der Kooperation und die Veränderung des pädagogischen Planens und Handelns auf Seiten der pädagogischen Fachkräfte.

Eine erste Erhebung ist für März 2020 im Rahmen eines Fachtags zu den pädagogischen Leitideen geplant.

Die Praxiserprobung der Bildungskonzepte wird vom Wissenschaftskonsortium und den jeweiligen Arbeitsgruppen angeleitet, begleitet und gemeinsam mit den Verbänden in Bremen und Bremerhaven reflektiert. Die vorhandenen Praxisbeispiele illustrieren die Bildungskonzepte für den jeweiligen Bereich und dienen bei der Erprobung der Konzepte zu deren Übertragbarkeit in die Praxis. Die Ergebnisse und Rückmeldungen fließen in die Fortschreibung der Bildungskonzeptionen ein.

Die Praxisvermittlung für das Bildungskonzept Mathematik hat bereits 2019 begonnen, die Vermittlung der Konzepte für die Sprachliche und Ästhetische Bildung starten im ersten Quartal 2020.

Aufgrund der unterschiedlichen Bedingungen in den Verbänden startet die Erprobungsphase versetzt – je nach Bedarfen, Zeitkapazitäten und bereits vorhandenen, gefestigten Kooperationsstrukturen.

Ausblick

Wie sich bereits in der ersten Erarbeitungsphase gezeigt hat, ist eine aussagekräftige und abgestimmte Erarbeitung durchgängiger didaktischer Konzepte von 0-10 Jahre erheblich zeitintensiver als ursprünglich vorgesehen. Zum einen, weil der Prozess in enger Abstimmung mit Wissenschaft und Fachpraxis erfolgt, zum anderen, weil auf vergleichbare Bildungspläne anderer Länder nicht zurückgegriffen werden kann. Die Implementierung und praktische Umsetzung des Bildungsplans erfolgt über die gemeinsame Verbundarbeit zwischen Kita und Grundschule. Aufgrund aktueller Herausforderungen und Belastungen beider Institutionen kann auch dieser Prozess nur sukzessive und vor dem Hintergrund möglicher Kapazitäten der Praxis erfolgen. Beide Faktoren müssen bei der zeitlichen Planung der Erarbeitung und Implementierung weiterhin berücksichtigt werden.

Erarbeitung der Bildungskonzepte Natur, Umwelt, Technik und Soziales Lernen, Kultur und Gesellschaft

Im nächsten Schritt werden zentrale Bildungskonzepte aus dem breiten Feld der Sachbildung / des Sachunterrichts erarbeitet werden. In Zusammenarbeit mit der Universität Bremen, dem LIS sowie mit externer Expertise des IPN Kiel und der PH Ludwigsburg wurde auf einem Fachforum im Herbst 2019 gemeinsam mit (Praxis-)Vertretungen aus Kita und Schule die Relevanz der Handlungsfelder Natur, Umwelt, Technik sowie Soziales Lernen, Kultur und Gesellschaft diskutiert und Bedarfe aus der Praxis eingeholt.

Die neuen Arbeitsgruppen sollen mit Expertise aus Wissenschaft und Praxis, Kita und Schule im ersten Quartal eingesetzt werden.

Das Wissenschaftskonsortium wird dann um die Kolleginnen Prof. Dr. Lydia Murmann und Prof. Dr. Meike Wulfmeyer von der Universität Bremen erweitert werden. Die Erarbeitung der neuen Bildungsbereiche findet analog der bereits bestehenden Struktur statt.

Vorbereitung der Pilotphase 2

Parallel zur Pilotphase 1 sollen ab August 2020 weitere Pilotverbände an den Start gehen. Bereits im Vorfeld zur Bewerbungsphase haben Kitas und Grundschulen schon ihr Interesse bekundet. Die Bewerbungsphase startet im 1.Quartal 2020, angereichert mit den Erfahrungen der Pilotphase 1. Die gesammelten Erfahrungen dienen dann der Vorbereitung der ersten regelhaften Ausweitung von Verbänden zwischen Kitas und Grundschulen voraussichtlich ab 2021, sodass sukzessive alle Kitas und Schulen systematisch nach dem Bremerhavener Vorbild zusammenarbeiten können.

Beteiligungsprozesse

Weiterhin wird die Erarbeitung und Erprobung durch eine enge Beteiligung unterschiedlicher Akteure begleitet und beraten.

- Der Beirat zum Bildungsplan 0-10 Jahre tagt 2x jährlich.
- Die Lenkungsgruppe Bildungsplan 0-10 Jahre tagt 1x monatlich.
- Das Wissenschaftskonsortium tagt 1x im Quartal.

Mit den Trägern der Kindertagesbetreuung findet im Rahmen der UAG §78 Bildungsplan 0-10 Jahre ein regelmäßiger Austausch statt.

Aus der Reihe „Fachgespräche Bildung von Anfang an“ – veranstaltet von der Universität Bremen – haben die ersten beiden Fachveranstaltungen zum Bildungsplan 0-10 Jahre 2019 stattgefunden. Das Format soll auch in 2020 fortgesetzt werden.

Der Kontakt mit den Fachschulen für die Erzieher*innenausbildung sowie den Fachberatungen für die Lehrer*innenausbildung muss weiter gefestigt und intensiviert werden.

C. Alternativen

keine Alternativen

D. Finanzielle und Personalwirtschaftliche Auswirkungen, Gender-Prüfung

Finanzierung erfolgt über bestehende Hausmittel der SKB.

Der Bildungsplan 0-10 Jahre richtet sich an Mädchen und Jungen gleichermaßen.

Beschlussempfehlung:

Die staatliche Deputation für Kinder und Bildung nimmt den Bericht zur Kenntnis. Sie bittet die Senatorin für Kinder und Bildung, über den Fortschritt weiter zu berichten.

Bildungsplan für Kinder im Alter von 0 bis 10 Jahren - Bildungsbereich Mathematik -

Entwurfsfassung: 30.09.2019

AG Mathematik: Yvonne Ates, Dagmar Bönig, Sandra Buljevic, Anna Körner, Claudia Halfter, Nikola Leufer, Imke Meyer

Anmerkungen:

- Das Wissenschaftskonsortium hat sich einstimmig für eine Illustration des Bildungsplans durch Photos und andere Veranschaulichungen ausgesprochen. Für den hier vorgelegten Entwurf möchte die AG Mathematik selbst die entsprechenden Illustrationen auswählen.
- An einigen Stellen werden im Bildungsplan fachdidaktische Fachbegriffe verwendet, die in einem Glossar erläutert werden sollen. Die dafür in Frage kommenden Begriffe werden mit den Pilotverbänden, die die Praxisbeispiele erproben, erarbeitet.
- Die Themen Inklusion, Digitalisierung und sprachsensibler Fachunterricht werden nicht umfassend behandelt, da es aus Sicht der AG Mathematik diesbezüglich fächerübergreifender Abstimmungen bedarf.
- zur schriftlichen Division: Ob auf die sichere Ausführung der Division als Standard verzichtet wird (so wie es auch in den KMK-Bildungsstandards der Fall ist), muss mit der Sekundarstufe I abgestimmt werden.

Inhaltsverzeichnis

1. Aufgaben und Ziele des mathematischen Bildungsbereichs	3
2. Mathematisches Lernen in KiTa und Grundschule gestalten	4
2.1 Gestaltungsprinzipien	4
2.2 Lernentwicklung fördern, dokumentieren, rückmelden und bewerten	7
2.3 Anschlussfähiges mathematisches Lernen gestalten	8
3. Entwicklung von Kompetenzen	9
3.1 Allgemeine mathematische Kompetenzen	9
3.2 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	11
3.2.1 Zahlen und Operationen	13
3.2.2 Raum und Form	18
3.2.3 Größen und Messen	22
4. Standards	30
4.1 Allgemeine mathematische Kompetenzen	30
4.2 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	31
4.2.1 Zahlen und Operationen	31
4.2.2 Raum und Form	33
4.2.3 Größen und Messen	34
4.2.4 Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	36
5. Glossar	38

1. Aufgaben und Ziele des mathematischen Bildungsbereichs

Beim Erkunden ihrer Umwelt begegnen Kindern schon weit vor dem Schulanfang mathematische Inhalte. Die mathematischen Aspekte solcher Situationen können allerdings für die Kinder nachrangig sein. Werden Kinder angeregt, ihre Beobachtungen und Ideen in Worte zu fassen und einander mitzuteilen, können daraus aber mathematische Lernerfahrungen erwachsen. Das frühe mathematische Lernen von Kindern in der Krippe (0-3 Jahre) und dem Elementarbereich (3-6 Jahre) zielt daher vor allem darauf ab, Gelegenheiten für eine bewusste Auseinandersetzung mit mathematischen Aspekten von Alltagssituationen zu schaffen.

Der Mathematikunterricht der Grundschule greift die frühen lebensweltbezogenen mathematischen Erfahrungen der Kinder aus Elternhaus und Kindertageseinrichtung auf, vertieft und erweitert sie systematisch und entwickelt aus ihnen grundlegende mathematische Kompetenzen, die die Basis für die lebenslange Auseinandersetzung mit mathematischen Anforderungen bilden.

Mathematik dient dabei einerseits als Werkzeug zur Lösung realer Probleme, andererseits aber auch zur Erkundung von Zusammenhängen und Strukturen. Beide Zugänge sollen in den mathematischen Lernprozess einfließen und Kindern ermöglichen, Mathematik als Tätigkeit zu betreiben. Die umfassende Bedeutung der Mathematik konkretisiert sich in den Leitideen der Bildungsstandards (vgl. Kap. 3). Darüber hinaus werden grundlegende intellektuelle Fähigkeiten gefördert, die über das Fach hinausgehend bedeutsam sind, wie z. B. das Ordnen und Verallgemeinern, das Aufdecken von Analogien, das Konkretisieren in Form von Beispielen und das Transferieren von Gedanken auf strukturgleiche Problemstellungen.

Das Mathematiklernen zielt bereits von Beginn an auf die Entwicklung eines gesicherten Verständnisses mathematischer Zusammenhänge ab. Dazu benötigen Kinder ausreichende Möglichkeiten zu handeln, selbst Probleme zu lösen, über Mathematik zu kommunizieren, mathematisch zu argumentieren oder zu modellieren (vgl. Kap. 3). Lernangebote, die diese Aspekte aufgreifen, tragen dazu bei, die Freude der Kinder an der Auseinandersetzung mit mathematikhaltigen Phänomenen, ihre Entdeckerhaltung und ihr Selbstvertrauen in ihre mathematischen Fähigkeiten zu fördern und zu erweitern. Sie bekommen erste Einblicke, wie sich die Welt mit mathematischen Mitteln beschreiben lässt, aber auch wie die Mathematik uns hilft Strukturen unserer Welt zu erkennen und zu gestalten.

2. Mathematisches Lernen in KiTa und Grundschule gestalten

Die mathematischen Fähigkeiten von Kindern sind sehr heterogen ausgeprägt und entwickeln sich auch unterschiedlich rasch. Die wichtigste Aufgabe pädagogischer Fachkräfte besteht darin, möglichst gute Rahmenbedingungen zu schaffen, damit Kinder die Erfahrungen machen können, die sie für ihre mathematische Lernentwicklung brauchen. Mathematisches Verständnis entwickelt sich aber nicht allein durch Erfahrungen. Es bedarf der mathematischen Bewusstheit, die am einfachsten entsteht, wenn die Mathematik zur Bewältigung einer Situation für ein Kind bedeutsam wird. Dazu eignen sich sowohl Alltags- und Spielsituationen, aber auch stärker vorstrukturierte Lernangebote, bei denen die pädagogischen Fachkräfte mathematische Aspekte gezielt in den Fokus rücken können. In der Primarstufe werden diese Erfahrungen dann vertieft, ausgebaut und systematisiert.

Auch wenn das frühe mathematische Lernen in unterschiedlichen Institutionen stattfindet, so lassen sich doch fachdidaktische Grundsätze formulieren, die übergreifend Gültigkeit besitzen (Kap. 2.1). Die mathematische Entwicklung von Kindern wird individuell unterschiedlich verlaufen, Kap. 2.2 geht auf Möglichkeiten ihrer Dokumentation, Rückmeldung und Bewertung ein. Das Kapitel schließt mit einigen grundlegenden Anmerkungen zur Anschlussfähigkeit mathematischer Lernprozesse.

2.1 Gestaltungsprinzipien

Mathematik lernen heißt Strukturen und Handlungen bewusst in den Blick zu nehmen und über das Regelmäßige und Gesetzmäßige nachzudenken. Begegnungen mit mathematischen Sachverhalten werden bedeutsam, wenn Kinder sich mit ihnen auseinandersetzen und über ihre Beobachtungen und Entdeckungen Auskunft geben. Die Aufgabe der pädagogischen Fachkraft besteht daher vornehmlich darin, für Kinder vielfältige Lerngelegenheiten zu schaffen, Möglichkeiten zum Beschreiben und Erklären anzubieten und sie in ihrem Bemühen zu unterstützen, ihre eigenen Ideen auszudrücken. Zugleich entstehen im gemeinsamen Gespräch neue Ideen, Kinder lernen hier von- und miteinander.

Im Folgenden werden zentrale Prinzipien der Gestaltung von Lehr-Lern-Prozessen aufgeführt, die einen verstehenden Umgang mit Mathematik befördern. Sie beziehen zugleich die weiter unten angesprochenen allgemeinen mathematischen Kompetenzen (vgl. Kap. 3.1) mit ein.

Lernen in bedeutsamen Kontexten

Bedeutsame Kontexte knüpfen an die bisherigen Erfahrungen der Kinder an, schaffen eine hohe Motivation und wirken so lernförderlich. Sie können aus einer freiwilligen Auseinandersetzung des Kindes entstehen, die z. B. in einer Freispielsituation in der Kindertageseinrichtung oder Schule auftaucht. Dabei handelt es sich nicht immer um lebensweltlich relevante Anforderungen, auch ästhetisch ansprechende mathematische Strukturen vermögen Kinder zu motivieren. So übt das Erzeugen symmetrischer Figuren, z. B. beim freien Legen mit quadratischen Plättchen, auf viele Kinder eine besondere Faszination aus.

Sinnstiftung lässt sich auch gezielt über vorstrukturiertere Lernsituationen initiieren. Dabei muss es allerdings gelingen, dass Kinder die aufgeworfenen Fragen nach mathematischen Zusammenhängen zu ihren eigenen machen. Unterstellt man, dass Kinder nur dann wirklich hinzulernen, wenn sie von ihrer Entwicklung dazu bereit sind, sind Situationen günstig, die Kinder aus ihrem Alltag kennen, in denen sie interessengeleitet Aktivitäten auswählen und neues Wissen mit bereits Vorhandenem vernetzen können.

Lernen – eigenaktiv und im sozialen Austausch

Das kindliche Lernen ist ein aktiver, konstruktiver und oft ein entdeckender Prozess. Pädagogische Fachkräfte können diesen Prozess sinnvoll unterstützen, indem sie optimale Rahmenbedingungen für eine aktive Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten schaffen. Dazu gehört einerseits das Bereitstellen geeigneter Materialien, z. B. für das Freispiel in der Kindertageseinrichtung und in der Schule, sowie mathematisch gehaltvoller Lernangebote, die Kindern die Möglichkeit eröffnen, an ihren eigenen Vorkenntnissen anzuknüpfen und individuelle Lösungsansätze und Strategien zu entwickeln (vgl. Kompetenz Problemlösen, Kap. 3.1). Darüber hinaus besteht die Aufgabe der pädagogischen Fachkraft darin, die Aufmerksamkeit der Kinder durch konkrete Impulse auf den mathematischen Gehalt einer Situation zu richten oder zu einer vertieften fachlichen Auseinandersetzung anzuregen. Dabei sind Fehler unvermeidlich, sie werden zugelassen und für den Prozess des Lernens als notwendig herausgestellt.

Mathematisches Lernen ist in besonderer Weise auf inhaltsbezogene soziale Aushandlungsprozesse angewiesen. Dazu müssen Kinder angeregt werden, eigene Vorgehensweisen mitzuteilen, eigene Sichtweisen im Gespräch mit anderen zu präzisieren und zu erörtern sowie letztlich in der Aushandlung die eigene Idee zu hinterfragen und Ideen anderer aufzunehmen bzw. weiter zu entwickeln (vgl. Kompetenzen Kommunizieren und Argumentieren, Kap. 3.2). Dies erfordert ein fachlich strukturiertes Arbeiten, das auf den fachlichen Austausch und sozial-interaktive Prozesse ausgerichtet ist.

Wiederholen und Üben

Wenn eine Tätigkeit herausfordernd und für ein Kind bedeutsam ist, kann es sich dieser Tätigkeit mit Hingabe zuwenden und sie vielfach wiederholen. Dies kann dazu führen, die Kompetenz zur Ausführung der Tätigkeit zu lernen und zu festigen. Eine solche Fokussierung der Aufmerksamkeit kann nicht gezielt inszeniert werden, das Kind selbst bestimmt über den fruchtbaren Moment, der das wiederholende Üben auslöst. Allerdings ist es möglich, im Sinne einer vorbereiteten Umgebung Materialien und Räumlichkeiten zu schaffen, in denen solche Prozesse möglichst gut gedeihen können.

Auch in der Schule ist das wiederholende Üben unverzichtbar. Hier sind Aufgabenformate zum beziehungsreichen Üben von zentraler Bedeutung. Diese fokussieren auf das Entdecken und Nutzen mathematischer Zusammenhänge und zielen auf die vernetzte Vertiefung vorhandenen Wissens und Könnens.

Erst wenn tragfähige Vorstellungen entwickelt und ein solides mathematisches Verständnis ausgebildet ist, z. B. in Form von Rechenstrategien, können Grundfertigkeiten durch formales Üben automatisiert werden. Letzteres ist daher auch ausschließlich im schulischen Kontext sinnvoll.

Berücksichtigung kindgemäßer Darstellungsformen

Die frühen Begegnungen mit Mathematik werden von Handlungen mit Gegenständen geprägt. Beim Legen mit Formen entsteht z. B. ein schönes Kunstwerk, zugleich lernen Kinder über die Handlung des Legens geometrische Eigenschaften der Legeobjekte kennen. Das Handeln mit konkreten Gegenständen ist für das frühe mathematische Lernen unerlässlich, denn nur auf dieser Basis können Kinder im Lauf der Zeit innere Bilder entwickeln. Grundlegende und langfristige Bedeutung für das Mathematiklernen haben vor allem systematische Handlungen, mit denen die Eigenschaften von Gegenständen und ihre Beziehungen zu anderen Gegenständen erforscht werden.

Wenn Kinder Gelegenheiten haben Handlungen immer wieder durchzuführen, zu verändern, effektiver zu gestalten sowie zunehmend bewusst auszuführen, dann beginnen sie sich vom einfachen Tun zu lösen und ihr konkretes Handeln mit Nachdenken und gezielteren Überlegungen zu verknüpfen. Sie lernen mit der Zeit sich diese vorzustellen und als innere Handlungen durchzuführen. Mathematische Objekte, Eigenschaften und Operationen können dann allmählich auf abstrakterer Ebene verstanden werden.

Bis zum Schulbeginn geht es vor allem darum, authentische Anlässe für mathematisches Lernen in alltäglichen Situationen zu kreieren, die aus dem konkreten Tun heraus zum Entdecken, Vergleichen, Verändern von Mengen, Formen und Räumen auffordern. Im Prozess des Handelns bleiben mathematische Lernprozesse für Kinder vielfach implizit, eine sich anschließende gemeinsame Reflektion kann dann den Blick auf die mathematischen Strukturen lenken (siehe Praxisbeispiele zum Bildungsplan). In vielen Situationen ist auch eine zeichnerische Dokumentation hilfreich. Im Verlauf der Schulzeit kommt dann die mathematische Symbolebene als weitere Darstellungsform hinzu. Die verschiedenen Darstellungen stellen einerseits eine wichtige Lernhilfe dar, andererseits sind sie aber auch Lerngegenstand mit eigenen Anforderungen, die Bedeutungen und Formen des Gebrauchs müssen erlernt werden.

Im Grundschulunterricht ist gerade die Thematisierung der Vernetzung innerhalb und zwischen verschiedenen Darstellungsformen notwendig, um aufgebaute Verständnisgrundlagen zu erhalten (vgl. Kompetenz Darstellen, Kap. 3.1).

Über Mathematik sprechen

Mathematische Situationen begegnen Kindern in ihrem Alltag. Die Sprache ermöglicht es, eigene Gedankengänge darzustellen, zu erläutern und ggf. zu begründen. Die Thematisierung mathematischer Aspekte kann allerdings oftmals nicht in der aktuellen Alltagssituation erfolgen, da diese dann den Prozess des Spielens oder Bauens unterbrechen würde. Hier können sog. Erzählbilder (s. Praxisbeispiele zum Bildungsplan) genutzt werden, die einen mathematisch interessanten Aspekt einfangen und später für den Austausch genutzt werden können. Hierfür eignen sich Situationen, die sich tatsächlich ereignet haben, z. B. eine Spielsituation, über die im Nachhinein gesprochen wird, aber auch Situationen, die sich so im Alltag ereignen könnten.

Die Verknüpfung der Welt der Mathematik mit dem Sprechen fordert Kinder auf der sprachlichen Ebene heraus. Neben einem entsprechenden Sachwortschatz werden Präpositionen und Adverbien verwendet, die für Kinder mit Deutsch als Zweitsprache oft eine Herausforderung darstellen. Zugleich erfordert das Beschreiben bestimmte Textmuster, die Kinder erst sukzessive erwerben. Ausgehend von der Alltagssprache und den Vorkenntnissen der Kinder wird die mathematische Fachsprache allmählich entwickelt. Ein verabredeter Wortschatz

ermöglicht den Schüler*innen im Mathematikunterricht über mathematische Sachverhalte sowie ihre eigenen Vorgehensweisen zunehmend präziser miteinander zu kommunizieren und mathematisch zu argumentieren, z. B. in Rechen- oder Baukonferenzen, bei Konstruktionsbeschreibungen u. Ä.. Dabei können unterstützende Sprachmuster Hilfe und Orientierung bieten. Die Fachbegriffe müssen selbstverständlicher Bestandteil des Unterrichts sein, um vom passiven in den aktiven Wortschatz der Kinder überzugehen. Um einen mathematischen Begriff zu abstrahieren, müssen die Schüler*innen dessen unterschiedliche Aspekte in verschiedenen Darstellungen und Anwendungszusammenhängen erfahren. So ist gewährleistet, dass sie diesen flexibel anwenden können und ihn nicht nur mit einer bestimmten Situation verbinden.

2.2 Lernentwicklung fördern, dokumentieren, rückmelden und bewerten

Die mathematische Lernentwicklung von Kindern kann von pädagogischen Fachkräften auf vielfältige Weise unterstützt werden. Im Freispiel kommt es vor allem darauf an, in den entsprechenden Situationen das mathematische Potential zu erkennen und Impulse zu geben, die die Aufmerksamkeit der Kinder auf mathematische Aspekte lenken. Ergänzend zum Freispiel können Lernangebote hinzukommen, bei denen mathematische Aspekte stärker fokussiert werden. In der kontinuierlichen Beobachtung der kindlichen Zugangsweisen werden Entwicklungsfortschritte, aber auch Hürden im Lernprozess deutlich. Solche Einschätzungen bedürfen u. a. der Dokumentation von Lernprodukten.

In der Krippe und im Elementarbereich sind verschiedene Formen der Lernentwicklungsdokumentation möglich. Dokumentationen, wie z. B. Lerngeschichten, die von der pädagogischen Fachkraft auf Grundlage der Beobachtung mathematikbezogener Freispielsituationen bzw. von Lernangeboten verfasst werden, sollten möglichst durch Fotos oder Produkte der Kinder, wie z. B. Zeichnungen, ergänzt werden, damit die Dokumentation auch für jüngere Kinder zugänglich ist. Zugleich können Fotos in solchen Dokumentationen als Erzählbilder (s. Praxisbeispiele zum Bildungsplan) fungieren und somit den Austausch und die Reflexion über Mathematik anregen - zwischen der pädagogischen Fachkraft und dem Kind aber auch im Gespräch der Kinder untereinander oder mit Eltern.

Im Schulunterricht können umfangreichere Dokumentationen in Form von Fachheften, Lerntagebüchern oder Portfolios herangezogen werden. Die gesammelten Dokumente bilden auch die Grundlage für kontinuierliche individuelle Rückmeldungen zum Verlauf des Lernprozesses (siehe Grundschulverordnung).

Auf der Basis einer Lernatmosphäre, die von Ermutigung, Bestärkung, Anerkennung von Teilleistungen und von Lernfortschritten und Beratung durch die pädagogische Fachkraft geprägt ist, können Kinder ihre mathematischen Kompetenzen weiterentwickeln.

Eine verbindliche Einschätzung des Lernerfolgs mit Bezug zu den inhaltlichen wie allgemeinen mathematischen Kompetenzen erfolgt nur in der Schule. Der erreichte Kompetenzstand wird regelmäßig rückgemeldet (siehe Zeugnisordnung). Diese Rückmeldung orientiert sich inhaltlich an den in Kapitel 4 beschriebenen Kompetenzerwartungen.

Dabei müssen von den Schüler*innen erbrachte mündliche, schriftliche und praktische Leistungen einbezogen werden. Die Kriterien der Leistungsfeststellung werden den Kindern transparent gemacht. So lernen sie, ihre Arbeitsergebnisse selbst einzuschätzen, Lernprozesse und unterschiedliche Lernwege und -

strategien gemeinsam zu reflektieren und zunehmend selbst Verantwortung für ihr weiteres Lernen zu übernehmen.

Für die Mathematik geeignete Bewertungskriterien, die Kindern und Eltern transparent gemacht werden sollten, sind:

- Kennen und korrektes Anwenden von mathematischen Begriffen und Operationen
- Sicherheit im Abrufen von Kenntnissen und Ausführen von Fertigkeiten
- Richtigkeit von Ergebnissen und Teilergebnissen
- Mündliche und schriftliche Darstellungsfähigkeit
- Plausibilität von Lösungswegen und Überlegungen
- Fähigkeit zum Transfer vorhandenen Wissens und Könnens
- Anwendung von Mathematik in Alltagssituationen
- Eigenständigkeit und Flexibilität in der Vorgehensweise
- Ausdauer bei der Bearbeitung mathematischer Fragestellungen

2.3 Anschlussfähiges mathematisches Lernen gestalten

Der vorliegende Bildungsplan soll dazu beitragen, Kindern über die Institutionen hinweg ein anschlussfähiges mathematisches Lernen zu ermöglichen. Zahlreiche Forschungsergebnisse verweisen inzwischen auf die Bedeutsamkeit der frühen Förderung mathematischer Kompetenzen. Dies stellt einerseits eine große Chance für die Entwicklung von Kindern, zugleich aber auch eine Herausforderung für die pädagogischen Fachkräfte dar, denn es bedarf bereits in der Krippe und im Elementarbereich eines anregungsreichen Lern- und Entwicklungsumfelds. Für die individuelle mathematische Bildungsbiografie von Kindern ist die Zeit des Übergangs von der Kindertageseinrichtung zur Grundschule von besonderer Bedeutung, denn gerade eine frühe Unterstützung mathematischer Basiskompetenzen kann schulischen Lernschwierigkeiten sinnvoll vorbeugen. Selbstverständlich bleiben Unterschiede, z. B. in der Ausgestaltung und Begleitung von Lernangeboten in der Kindertageseinrichtung bzw. in der Schule, weiterhin bestehen. Für die individuelle mathematische Kompetenzentwicklung der Kinder ist allerdings eine Kohärenz der Lernangebote - mit Blick auf die mathematischen Inhalte, Anforderungen und Ziele - von besonderer Bedeutung. Die Leitideen der Bildungsstandards (vgl. Kap. 3) sowie die in Kapitel 2.1 formulierten Gestaltprinzipien werden hier als potentiell verbindendes Rahmenkonzept herangezogen. Zudem werden im folgenden Kapitel zu zentralen mathematischen Themenfeldern Teilkomponenten formuliert, die für die Kompetenzentwicklung in diesem Bereich relevant sind. In vielen Fällen entwickeln sich diese Teilkomponenten nicht im Sinne von Stufen nacheinander sondern zumindest in Ansätzen parallel.

Da die mathematische Entwicklung von Kindern in den verschiedenen Feldern unterschiedlich schnell verlaufen kann, müssen pädagogische Fachkräfte auf der Basis des aktuellen Entwicklungsstandes Lernsituationen konzipieren, die Kindern ein Weiterlernen ermöglichen. Um die Anschlussfähigkeit der kindlichen Lernprozesse abzusichern, kommt es darauf, dass die pädagogischen Fachkräfte die Bildungskonzepte beider Einrichtungen kennen und aufeinander abstimmen. Die Konkretisierungen der mathematischen Leitideen (vgl. Kap. 3) mit der Ausweisung zentraler Entwicklungsschritte sollen diesen Prozess unterstützen.

3. Entwicklung von Kompetenzen

Für die Kompetenzentwicklung in der Primarstufe ist durch die KMK - Bildungsstandards ein normativer Rahmen vorgegeben. Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen beginnt aber bereits in der frühen Kindheit. Mit Blick auf die Anschlussfähigkeit der Bildungsprozesse ist es sinnvoll, sich auch im Elementarbereich an dem Modell der Bildungsstandards zu orientieren. Die Kompetenzen werden dort untergliedert in fünf Inhaltsbereiche und sog. allgemeine mathematische Kompetenzen, die wichtige inhaltsübergreifende Aktivitäten und Vorgehensweisen charakterisieren. Beide sind beim Lernen der Kinder stets miteinander verknüpft.

Im Folgenden werden diese Kompetenzbereiche zunächst überblicksartig erläutert und anschließend für das mathematische Lernen im Alter von 0-10 Jahren differenzierter entfaltet und konkretisiert.

3.1 Allgemeine mathematische Kompetenzen

Für die mathematische Bildung werden allgemeine Kompetenzen formuliert, die zentrale Aspekte mathematischen Arbeitens umfassen. Diese Kompetenzen werden stets in Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten entwickelt, wobei die Entwicklung schon im Krippenalter beginnt und im Elementarbereich und in der Grundschule vertieft wird. Bis auf das Modellieren sind alle Aspekte auch für das mathematische Lernen vor der Schulzeit bedeutsam. Dazu gehören

Problemlösen

Kinder lernen Mathematik durch selbstständige Auseinandersetzung mit Phänomenen, die zu eigenen Lösungswegen herausfordern. Bei Aufgaben, zu deren Bearbeitung sie noch keine Routinestrategien haben, werden vorhandene mathematische Fähigkeiten und Fertigkeiten auf kreative Weise angewandt, verknüpft und dadurch weiterentwickelt. Problemhaltige Aufgaben werden im KiTa- und Grundschulalter durch zunehmend systematisches Probieren und den Einsatz weiterer heuristischer Strategien, wie z. B. das Zerlegen in Teilprobleme, gelöst. Zudem werden Zusammenhänge erkannt und Lösungsstrategien auf andere Sachverhalte übertragen.

Kommunizieren

Gerade das Sprechen über mathematische Erlebnisse und Erfahrungen befördert den mathematischen Erkenntnisgewinn. Das Kommunizieren muss bei jungen Kindern immer wieder durch Impulse und Fragen zum Sprechen beim Handeln in Alltags- und Spielsituationen angeregt werden. Dabei geht es sowohl darum, anderen eigene mathematische Gedanken zu beschreiben, als auch darum, die Überlegungen anderer nachzuvollziehen. In der Grundschule aktivieren Kinder Kompetenzen des Kommunizierens ebenfalls in kooperativen und interaktiven Unterrichtsprozessen. Sie nutzen zunehmend mathematische Fachbegriffe und Zeichen richtig und gewinnen schrittweise an Erfahrung, Mathematikaufgaben auch gemeinsam zu bearbeiten sowie ihre Lösungswege anderen (mündlich und schriftlich) nachvollziehbar zu beschreiben.

Argumentieren

Im Alter von 0 bis 6 Jahren geht es hier um das Hinterfragen mathematischer Sachverhalte, welches durch „Warum“-Fragen o. Ä. gezielt angeregt wird, z. B. Woher weißt Du, dass es sechs Eier sind? Warum gewinne ich, wenn ich jetzt diese Karte lege? Ein solches Hinterfragen passiert in der Regel nicht von selbst, die pädagogischen Fachkräfte müssen es immer wieder anregen und sollten selbst vorbildlich handeln, indem sie mathematische Erfahrungen versprachlichen und hinterfragen.

Auch in der Grundschule geht es darum, mathematische Zusammenhänge zu erkennen, zu begründen bzw. Begründungen nachzuvollziehen. Dabei können mathematische Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten häufig zunächst beispielgebunden und dann zunehmend allgemein erklärt werden.

Darstellen

Im Elementarbereich ist damit die Dokumentation mathematischen Tuns mit den Kindern verfügbaren Mitteln gemeint. So können Kinder z.B. ein geometrisches Bild mit Plättchen nachlegen (enaktiv), stempeln oder ggf. auch aufzeichnen (ikonisch). In der Grundschule kommt darüber hinaus die mathematisch-symbolische Form der Darstellung hinzu. Das Übertragen der Darstellungsformen fördert dabei Verständnis und Flexibilität (vgl. Gestaltungsprinzip Darstellen, Kap. 2.1). Im Mathematikunterricht werden zudem verschiedene Darstellungen interpretiert, bewertet und miteinander verglichen.

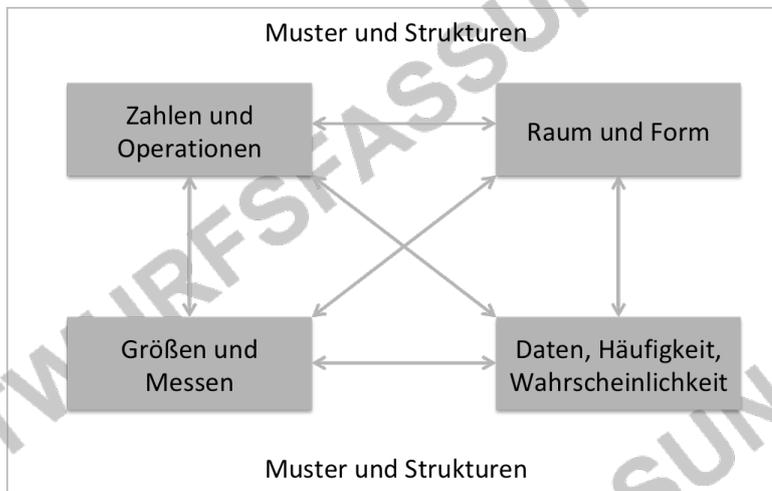
Modellieren

Das Modellieren bezieht sich auf das Übersetzen von Sachproblemen in die Sprache der Mathematik, das anschließende innermathematische Lösen sowie Interpretieren des Ergebnisses in Bezug auf das Sachproblem. Diese Kompetenz wird explizit erst in der Grundschule relevant.

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen des Kommunizierens, Argumentierens und Darstellens verweisen auf Mathematik als ein Ergebnis gemeinsamer geistiger Konstruktion. Der interaktive Charakter mathematischer Tätigkeiten, der auch in den Gestaltprinzipien (Kap. 2.1) zum Ausdruck kommt, ist damit nicht nur aus einer rein pädagogischen Perspektive zu legitimieren, er ist auch genuin im Fach Mathematik verankert.

3.2 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Die inhaltsbezogenen Kompetenzen orientieren sich an mathematischen Leitideen, die auch für das Lernen von fundamentaler Bedeutung sind. Vier Leitideen sind dabei explizit ausgewiesen (vgl. grau unterlegte Kästen in der Grafik).



Das Erkennen und Nutzen von **Mustern und Strukturen** ist ein bedeutsames Kennzeichen des mathematischen Bildungsbereichs insgesamt, da es alle anderen Inhaltsbereiche durchzieht. Hierzu zählen Tätigkeiten wie sachgemäß und zielgerichtet zu ordnen, zu untergliedern, über Beziehungen nachzudenken oder Rechenregeln einzusetzen. Zudem ist das Erkennen, Beschreiben und Begründen von Mustern und Strukturen eine grundlegende Kompetenz, die bei der Lösung von mathematischen Problemen und Sachsituationen zur Anwendung kommt. Das Bilden von Mustern kann bereits in der KiTa beobachtet werden, wenn Kinder beispielsweise Perlenketten auffädeln und dabei z. B. abwechselnd eine grüne und eine gelbe Perle verwenden. Muster können auch nachgelegt und fortgesetzt werden. Verschiedene Musterfortsetzungen können verglichen werden, später können auch die Regeln für ein Fortsetzen verbal formuliert werden.

Mathematisches Lernen verläuft i. A. nicht im Sinne eines Stufenmodells, welches Aussagen über die Reihenfolge bestimmter Lernschritte macht. Besser passt die Vorstellung des fortlaufenden Knüpfens eines flexiblen Netzes, wobei die Lernenden dieses selbstständig, unterstützt durch geeignete Lernangebote, von verschiedenen Stellen aus weiterknüpfen und Lücken im Verlauf des Lernprozesses schließen. Damit ist ein spiralförmiges Aufgreifen mathematischer Inhalte sinnvoll, welches eine langfristige, zielgerichtete und detaillierte Planung erfordert.

Aus diesem Grund werden für die inhaltlichen Leitideen der Bildungsstandards wichtige Kompetenzen in Form „zentraler Punkte“ formuliert. Die Anordnung erfolgt aus Gründen der Übersichtlichkeit zwar sequentiell in Form einer Tabelle, die Reihenfolge versteht sich aber keineswegs zwangsläufig als Abfolge von Lernschritten.

Um pädagogischen Fachkräften eine Orientierung bei der Auswahl inhaltlicher Lernangebote zu geben, ist bei jeder Teilkomponente eine Zuordnung zu Alters-

stufen (Krippe, Elementarbereich, Klasse 1/2 und Klasse 3/4) vorgenommen. Ein Kreuz bei einer Teilkomponente ist dabei nicht als Indikator für ein Erreichen der Kompetenz zu verstehen, sondern so zu interpretieren, dass zur Entwicklung der formulierten Kompetenz in der entsprechenden Altersgruppe ein darauf bezogenes Lernangebot für eine breite Gruppe von Kindern sinnvoll möglich ist. Fehlt ein Kreuz, kann das inhaltliche Aufgreifen und Ausbauen dennoch für einzelne Kinder und deren mathematische Entwicklung zielführend sein.

Die im Folgenden formulierten Kompetenzen setzen vielfach sprachliche Kompetenzen der Lernenden voraus, über die etliche Kinder nicht verfügen. Diese müssen im Zuge der mathematischen Behandlung eines Themas zusätzlich erworben werden.

Der Umgang mit digitalen Medien wird in den formulierten Kompetenzen ebenfalls nicht explizit angesprochen. Ihre Einbindung ist aber selbstverständlich immer dort sinnvoll, wo diese zur Unterstützung mathematischer Lernprozesse beitragen.

Nebenstehend finden sich die in der obigen Graphik aufgeführten inhaltlichen Leitideen mit thematisch begründeten Untergliederungen.



3.2.1 Zahlen und Operationen

Bewusstheit über Zahlen und arithmetische Operationen zu entwickeln, umfasst den Aufbau von Kenntnissen und Vorstellungen von Zahlen, Strategien des Zählens, das Erkennen von Beziehungen zwischen Zahlen sowie das kontextbezogene Rechnen mit Zahlen, z. B. 12 Teller brauchen wir für alle Kinder der Gruppe, heute fehlen zwei Kinder, wie viele Teller brauchen wir dann heute? Auf der Grundlage tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen sowie verlässlicher Kenntnisse und Fertigkeiten entwickeln und nutzen Kinder im Grundschulunterricht dann (flexibel) Rechenstrategien, rechnen überschlagend und führen die schriftlichen Rechenverfahren verständlich aus. Zudem werden kombinatorische Zählstrategien entwickelt.

ENTWURFSFASSUNG
ENTWURFSFASSUNG
ENTWURFSFASSUNG

ZAHLVORSTELLUNGEN

Der Aufbau von Zahlvorstellungen beginnt bereits im frühen Kindesalter und wird durch verschiedene Aktivitäten in der Kindertageseinrichtung und der Grundschule spiralförmig weiterentwickelt. Kinder lernen Zahlen in sehr unterschiedlichen Verwendungssituationen kennen. So werden Zahlen neben der Nutzung als Anzahlen (Kardinalzahlen) z. B. wie beim Zählen auch zur Schaffung einer Reihenfolge (Ordinalzahlen) verwendet. Verschiedene Teilkompetenzen zum Zählen, zur Anzahlerfassung und -darstellung sowie zum Erforschen und Nutzen von Zahleigenschaften und -beziehungen werden dabei sukzessive zunächst in kleinen Zahlräumen entwickelt und anschließend auf weitere Zahlräume übertragen und vertieft.

	K	EB	1/2	3/4
Zählen				
- Aufzählen der Zahlwortreihe	X	X	X	X
- vorwärts und rückwärts zählen und weiterzählen	X	X	X	X
- Abzählen und Auszählen von Objekten	X	X	X	X
- Benennen von Vorgänger und Nachfolger		X	X	X
- Zählen in Schritten, z. B. 2er-, 5er-, 10er-, 100er-Schritte			X	X
Anzahlerfassung und -darstellung				
- Vergleichen von Mengen, z. B. mehr, weniger, gleich viel	X	X	X	X
- Simultanes Erfassen von Würfelbildern und Fingerbildern		X	X	X
- Simultanes und quasi-simultanes Erfassen von unstrukturierten Anordnungen, z. B. Muggelsteine		X	X	X
- Simultanes und quasi-simultanes Erfassen von strukturierten Zahldarstellungen am Arbeitsmittel, dabei vor allem 5er- und 10er-Bündelungen erkennen und nutzen			X	X
- Strukturiertes Darstellen von Anzahlen am Arbeitsmittel			X	X
- Nutzen verschiedener Zahldarstellungen, Darstellungswechsel, Vergleich von Darstellungen: strukturierte Punktfelder, Rechenstrich, Mehrsystemblöcke, Stellenwerttafel, Zahlwort, Ziffernschreibweise			X	X
Stellenwertverständnis				
- Nutzen der Stellenwertschreibweise, z. B. H, Z, E			X	X
- Zerlegen von Zahlen in Stellenwerte			X	X
- Bündeln und Entbündeln von Mengen in unterschiedlichen Darstellungsformen: enaktiv, ikonisch, symbolisch			X	X
- Einsicht in den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems: Bündelungs- und Stellenwertprinzip			X	X
Zahleigenschaften und -beziehungen				
- Ordnen von Zahlen nach der Größe			X	X
- Erkennen und Beschreiben von Zahleigenschaften und -beziehungen, z. B. Halbierungen/Verdopplungen, gerade/ungerade Zahlen, Vorgänger/Nachfolger, Nachbarzehner/Nachbarhunderter, Nähe von Zahlen zueinander			X	X
- Beschreiben von Zahlen- und Punktmustern			X	X
- Erkennen von Regeln bei Zahlenfolgen			X	X
- Fortsetzen von Zahlenfolgen			X	X
- Erfinden von Zahlenfolgen			X	X

OPERATIONSVERSTÄNDNIS

Ein fundiertes Operationsverständnis ist durch den geläufigen Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen (vgl. Kapitel 2.1) gekennzeichnet. Es wird zwischen Handlungen mit Material (enaktiv), bildlichen Darstellungen (ikonisch), Rechengeschichten (sprachlich-symbolisch) und der mathematischen Symbolschreibweise unterschieden, wobei die ersten drei Darstellungsformen bereits in der Krippe und im Elementarbereich in Alltagssituationen auftreten, während die Symbolebene im Verlauf der Schulzeit thematisiert wird.

	K	EB	1/2	3/4
<p>Addition und Subtraktion</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aufbauen von Grundvorstellungen zur Addition als Hinzufügen, Zusammenfassen, Vergleichen - Aufbauen von Grundvorstellungen zur Subtraktion als Wegnehmen, Ergänzen, Vergleichen - Lösen von Kontextaufgaben zur Addition und Subtraktion mit und/oder ohne Materialunterstützung - Erkennen und Anwenden von Addition und Subtraktion in Sachzusammenhängen - Angemessenes Verwenden von Fachbegriffen und Notationsweisen: plus, minus, gleich, größer als, kleiner als, Addition, Subtraktion, Summe, Differenz - Erkennen und Beschreiben von Beziehungen zwischen der Addition und Subtraktion 		X	X	X
<p>Multiplikation und Division</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aufbauen von Grundvorstellungen zur Multiplikation als Vervielfachen, Wiederholung gleichartiger Handlungen bzw. als Teile eines Ganzen, kombinatorischer Aspekt - Aufbau von Grundvorstellungen zur Division als Auf- und Verteilen, als Umkehrung der Multiplikation - Angemessene Verwendung von Fachbegriffen und Notationsweisen: mal, geteilt, Multiplikation, Division, Produkt, Quotient - Erkennen und Beschreiben von Beziehungen zwischen Multiplikation und Division - Erkennen und Beschreiben von Beziehungen zwischen der Multiplikation und Addition sowie der Division und Subtraktion 		X	X	X
<p>Wechsel zwischen Darstellungsformen</p> <p>Übersetzungen zwischen den verschiedenen Darstellungsformen (s. Pfeile in der Grafik am Beispiel der Multiplikation), das sind im Einzelnen:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Rechengeschichten mit Material nachstellen, bildlich darstellen sowie passende Gleichungen entwickeln - zu bildlichen Darstellungen passende Gleichungen entwickeln, Rechengeschichten erzählen, Bilder mit Material nachstellen - zu Gleichungen passende Rechengeschichten erfinden, Gleichungen bildlich oder mit Material darstellen - zu Handlungen passende bildliche Darstellungen, Rechengeschichten bzw. Gleichungen entwickeln <div style="text-align: center;"> <p>Rechengeschichte In einer Kiste sind 4 Bälle. Sara kauft 3 Kisten.</p> <p>Handlung mit Material Dreimal in eine Kiste greifen und jeweils 4 Steine herausholen.</p> <p>Bildliche Darstellung [Drei Gruppen von je vier Punkten]</p> <p>Symbolschreibweise $3 \cdot 4$ passende Gleichung</p> </div>			X	X

FLEXIBLES RECHNEN ENTWICKELN

Der Aufbau flexibler Rechenkompetenzen ist ein zentrales Ziel des Arithmetikunterrichts der Grundschule. Grundaufgaben aller Rechenoperationen sollen nicht zusammenhanglos auswendig gelernt sondern beziehungsreich erarbeitet werden, sodass das Rechnen von Beginn an auf dem Erforschen, Erkennen und Nutzen von Zahleigenschaften und -beziehungen basiert. Diese Erkenntnisse und Fertigkeiten werden anschließend auf größere Zahlenräume übertragen. Dabei liegt grundsätzlich der Schwerpunkt auf dem Zahlenrechnen, das Ziffernrechnen wird erst im erweiterten Zahlenraum als *eine* weitere Rechenmethode thematisiert. Das materialgestützte Lösen von kontextbezogenen Aufgaben ist bereits im Elementarbereich möglich. Die Symbolebene in Form der Formulierung von Zahlsätzen, z. B. $4 + 3 = 7$, sollte allerdings erst in der Grundschule thematisiert werden.

	K	EB	1/2	3/4
Kopfrechnen <ul style="list-style-type: none"> - materialgestütztes Lösen von Aufgaben - Automatisieren der Kernaufgaben des kl. Einspluseins und Einsminuseins durch beziehungsreiches Üben - Ableiten der Ergebnisse anderer Aufgaben aus den Kernaufgaben - zunehmendes Automatisieren des kl. Einspluseins durch beziehungsreiches Üben - Automatisieren der Kernaufgaben des kl. Einmaleins - Ableiten der Ergebnisse anderer Aufgaben aus den Kernaufgaben - Ergebnisse des kleinen Einsdurchzeins ableiten, insb. unter Verwendung der Umkehrung - zunehmendes Automatisieren des kl. Einmaleins durch beziehungsreiches Üben 		X	X	X
Zahlenrechnen <ul style="list-style-type: none"> - Übertragen der Aufgaben des kl. Einspluseins, Einsminuseins, Einmaleins und Einsdurchzeins auf das Rechnen in größeren Zahlenräumen - Einsicht in Zahlbeziehungen und Rechengesetze: Kommutativgesetz, Assoziativgesetz, Distributivgesetz, Konstanzigenschaften - Verwenden verschiedener Strategien beim Rechnen: Zerlegen und Zusammensetzen, gegen- bzw. gleichsinnig verändern, Nachbaraufgaben nutzen, Tauschaufgabe bilden - Beschreiben und Begründen eigener Rechenstrategien und Nachvollziehen und Beurteilen fremder Lösungswege - Notieren von Rechenwegen, z. B. mit Gleichungen, am Rechenstrich 			X	X
Ziffernrechnen <ul style="list-style-type: none"> - Ausführen der schriftlichen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division (mit einstelligem Divisor) - Beschreiben der schriftlichen Rechenverfahren der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division (mit einstelligem Divisor) 				X
Überschlagendes Rechnen <ul style="list-style-type: none"> - Angabe des ungefähren Ergebnisses einer Rechnung - überschlagendes Rechnen mit aufgabenangemessener Genauigkeit 			X	X
Flexibilität <ul style="list-style-type: none"> - Entwickeln, Vergleichen und Bewerten verschiedener Lösungswege zu einer Aufgabe, z. B. welcher Weg ist geschickt / umständlich / besonders fehleranfällig? - Beschreiben und Nutzen von Zahleigenschaften und -beziehungen, um den Lösungsprozess zu vereinfachen, z. B. Ergänzen bei 63-59 - aufgabenbezogen oder nach eigenen Präferenzen im Kopf bzw. halbschriftlich verschiedene Strategien des Zahlenrechnens oder schriftliche Algorithmen anwenden 			X	X

IN KONTEXTEN RECHNEN

Sachbezüge werden für das Mathematiklernen in unterschiedlicher Funktion verwendet. Neben dem Umgang mit Größen (vgl. Kap. 3.2.3) und Daten (vgl. Kap. 3.2.4) steht auch beim Modellieren (vgl. Kap. 3.1) die Bewältigung einer Sachsituation im Vordergrund. Die Mathematik hat dabei dienende Funktion. Sachbezüge werden aber umgekehrt auch zur Veranschaulichung oder Übung eingesetzt, beispielsweise beim Aufbau von Operationsvorstellungen, und sind in diesen Fällen austauschbar. Aber auch hier ist der Sachbezug nicht selbsterklärend und muss Gegenstand mathematischer Lernsituationen werden. Eine besondere Stellung haben dabei kombinatorische Aufgaben und funktionale Bezüge.

	K	EB	1/2	3/4
Sachaufgaben				
- Lösen von Sachaufgaben, z. B. in Form von Rechengeschichten, Bildsachaufgaben		X	X	X
- Nutzen von Bearbeitungshilfen zur Lösung der Aufgaben, z. B. Zeichnungen, Tabelle, Skizze			X	X
- Vergleichen von unterschiedlichen Lösungswegen und Darstellungsformen			X	X
- Prüfen der Ergebnisse auf Plausibilität			X	X
- überschlagendes Rechnen mit aufgabenangemessener Genauigkeit			X	X
- Finden passender Sachsituationen zu vorgegebenen Gleichungen			X	X
Kombinatorische Aufgaben				
- Erstellen verschiedener Möglichkeiten mit Material		X	X	X
- Finden verschiedener Möglichkeiten z. B. durch systematisches Probieren		X	X	X
- Dokumentieren von Lösungen, z. B. Zeichnung, Aufzählung, Tabelle, Baumdiagramm, rechnerisch		X	X	X
- Begründen der Vollständigkeit der Lösungen			X	X
- Erfinden kombinatorischer Aufgaben			X	X
Funktionale Beziehungen in Sachaufgaben				
- Erkennen und Beschreiben funktionaler Zusammenhänge in Sachsituationen, z. B. Menge – Preis, und Lösen entsprechender Aufgaben				X
- Lösen einfacher Aufgaben zur Proportionalität				X

3.2.2 Raum und Form

Die Leitidee Raum und Form leistet einen zentralen Beitrag zur Umwelterschließung. Zentrales langfristiges Ziel von mathematischer Bildung in diesem Bereich ist die Entwicklung räumlicher Vorstellungsfähigkeiten, d.h. in der Vorstellung räumlich sehen und denken zu lernen. Räumlich-geometrische Fähigkeiten sind darüber hinaus für das Lernen in anderen Inhaltsbereichen von Bedeutung.

Bereits in der Krippe und im Elementarbereich lassen sich diese Fähigkeiten insbesondere durch zahlreiche Handlungen mit geometrischen Objekten, z. B. Legen ebener Figuren, Bauen von Würfelgebäuden, sowie ein bewusstes Untersuchen von Beziehungen zwischen diesen Objekten, z. B. zwei rechtwinklige Dreiecke lassen sich zu einem Rechteck zusammenlegen; viele gelegte Objekte sind spiegelsymmetrisch, anregen. Hierbei werden zugleich Fähigkeiten der visuellen Wahrnehmung auf- und ausgebaut. In der Schule erweitern die Kinder ihre Grunderfahrungen zu Eigenschaften ebener Figuren und Körpern, zu den Auswirkungen geometrischer Operationen und zu geometrischen Eigenschaften, wie z. B. der Symmetrie. Die Reflektion der handelnden Erfahrungen ermöglicht zunehmend eine Vertiefung der räumlichen Orientierung sowie den Aufbau der räumlichen Vorstellung.

Die geometrisch geprägten Größen Längen, Flächeninhalte, Volumina werden unter der Leitidee Größen und Messen (vgl. Kap. 3.2.3) thematisiert.

RAUMORIENTIERUNG UND RAUMVORSTELLUNG

Da der räumlichen Vorstellung für das mathematische Lernen eine entscheidende Rolle zukommt, sind geometrische Aktivitäten schon im Alter von 0 bis 6 Jahren wichtig. Die Entwicklung der Raumorientierung erfolgt über die Ausbildung motorischer Fähigkeiten und ihrer Integration mit den verschiedenen Facetten der Wahrnehmung.

Kinder erwerben räumliche Bezeichnungen zur Beschreibung der Lage von Objekten erst nach und nach. Die Verwendung von Präpositionen ist dabei gerade für Kinder, die Deutsch als Zweitsprache erwerben, anspruchsvoll. Es ist daher sinnvoll, wenn Kinder ihre Beschreibungen durch Gesten unterstützen.

	K	EB	1/2	3/4
räumliche Wahrnehmung und Raumorientierung				
- Bewegungen des Körpers oder Teilen des Körpers mit dem Sehen koordinieren (visuomotorische Koordination)	X	X	X	X
- Nachfahren von Linien mit dem Finger oder einem Stift (Auge-Hand-Koordination)	X	X	X	X
- Identifizieren von Formen in unterschiedlichen Kontexten (Wahrnehmungskonstanz)	X	X	X	X
- Erkennen und Benennen von sich überschneidenden Figuren (Figur-Grund-Diskriminierung)		X	X	X
- Erfassen und Benennen räumlicher Positionen und Lagebeziehungen von Körpern und ebenen Figuren	X	X	X	X
- Beschreiben räumlicher Positionen und Lagebeziehungen von Körpern und ebenen Figuren, z. B. vor/hinter, unter/über, rechts/links von		X	X	X
- sich nach mündlicher Anweisung oder einem Wegeplan im Raum orientieren und bewegen, z. B. vor/zurück, zur Seite, nach oben/unten	X	X	X	X
- Informationen aus dem Wegeplan einer bekannten Umgebung, z. B. Gruppenraum, Schulhof, entnehmen und Erstellen eigener Wegepläne		X	X	X
- Falten von Papierfiguren, z. B. Boote, Würfel, nach Anleitung		X	X	X
- Kippen von Körpern, z. B. Würfel, nach Anleitung			X	X
Raumvorstellung				
- Bewegen ebener Figuren und Körper in der Vorstellung, z. B. Drehen und Verschieben, und Vorhersage des Ergebnisses der Bewegung			X	X
- Mentales Falten oder Zerschneiden von Figuren, z. B. Würfelnetze, und Vorhersage des Ergebnisses der Handlung			X	X
- Gedankliche Betrachtung realer oder bildlich dargestellter Situationen aus einem anderen Blickwinkel, z. B. wie sieht Lara das Gebaute Schloss?			X	X
- Anfertigen von Wegbeschreibungen anhand von Plänen oder aus der Vorstellung			X	X

EBENE (GEOMETRISCHE) FIGUREN UND KÖRPER

Im vorschulischen Bereich geht es darum, geometrische Erfahrungen mit ebenen Figuren und Körpern durch konkretes Handeln zu ermöglichen. So können Kinder die Eigenschaften entdecken, gezielt untersuchen, beschreiben und vergleichen. Die fachlichen Bezeichnungen, wie z. B. Dreieck oder Quader, müssen dabei von den Kindern noch nicht verwendet werden. Für die Verständigung ist eine umgangssprachliche Beschreibung ggf. mit gestischer Unterstützung, wie z. B. „Tür“ als Bezeichnung für ein Rechteck, zunächst ausreichend. In der Grundschule werden diese Erfahrungen dann spiralförmig vertieft, dann ist auch die sukzessive Verwendung der mathematischen Fachbegriffe anzustreben.

In diesen Bereich fällt auch die Auseinandersetzung mit geometrischen Mustern, wie z. B. Bandornamente und Parkette. Einfache Varianten werden bereits von jungen Kindern gelegt, eine systematische Vertiefung sollte dann in der Schule stattfinden.

	K	EB	1/2	3/4
ebene geometrische Figuren				
- Unterscheiden und Sortieren ebener Figuren	X	X	X	X
- Benennen und Beschreiben ebener Figuren		X	X	X
- Erkennen ebener Figuren in der Umwelt		X	X	X
- Beschreiben von Eigenschaften ebener Figuren unter zunehmender Nutzung von Fachbegriffen, z. B. Ecke, Seite, senkrecht, waagrecht, parallel, rechter Winkel			X	X
- Herstellen ebener Figuren, z. B. durch Legen, Auslegen, Färben, Falten, Schneiden, Spannen auf dem Geobrett			X	X
- Zeichnen ebener Figuren frei Hand oder unter Einsatz von Instrumenten, z. B. Lineal, Schablone, Zirkel, Geodreieck, Zeichenuhr			X	X
- Zerlegen und Zusammensetzen ebener Figuren, z. B. Tangram	X	X	X	X
- Legen, Zeichnen, Beschreiben und Fortsetzen geometrischer Muster aus ebenen Figuren, z. B. Bandornamente, Parkette		X	X	X
- Erfinden eigener geometrischer Muster	X	X	X	X
Geometrische Körper				
- Unterscheiden und Sortieren von Körpern	X	X	X	X
- Benennen und Beschreiben von Körpern		X	X	X
- Erkennen von Körpern in der Umwelt		X	X	X
- Beschreiben von Eigenschaften von Körpern unter zunehmender Nutzung von Fachbegriffen, z. B. Ecke, Kante, Fläche			X	X
- Herstellen unterschiedlicher Modelle von Körpern: Vollmodelle, Kantenmodelle, Flächenmodelle			X	X
- Zeichnen von Körpern frei Hand oder unter Einsatz von Instrumenten, z. B. Lineal, Schablone, Zirkel, Geodreieck, Zeichenuhr			X	X
- Finden und Vergleichen verschiedener Körpernetze, insb. Würfelnetze			X	X
- Zerlegen und Zusammensetzen von Körpern, z. B. Würfelgebäude nach Vorlage erstellen oder Vorlagen zum Nachbau von Würfelgebäuden entwickeln		X	X	X
- Zeichnen von Würfeln, z. B. in Kavalierprojektion oder als Schrägbild			X	X
- Zuordnen von Bauwerken zu ihren zwei- oder dreidimensionalen Darstellungen, z. B. Bauplan, Zeichnung, und verbalen Bauanleitungen			X	X

ELEMENTARE GEOMETRISCHE ABBILDUNGEN

Beim Legen und Falten von Figuren kommen Kinder fast automatisch mit den sog. geometrischen Abbildungen in Berührung. Schon im Vorschulalter legen Kinder achsensymmetrische, manchmal auch drehsymmetrische Figuren oder nutzen Verschiebungen beim Legen von Mustern, da diese unser ästhetisches Empfinden besonders ansprechen. Es geht wieder darum, in der Krippe und im Elementarbereich grundlegende Erfahrungen auf der Handlungsebene zu eröffnen, die dann in der Schule sukzessive angereichert und systematisch vertieft werden.

	K	EB	1/2	3/4
Achsensymmetrie - Herstellen achsensymmetrischer Figuren, z. B. Legen, Falten, Spiegeln, als Klecksbilder, Zeichnen - Erkennen von Achsensymmetrien in der Umwelt, z. B. am eigenen Körper, im Gruppen-/Klassenraum - Identifizieren und Beschreiben achsensymmetrischer Abbildungen - Untersuchung geometrischer Muster, z. B. Bandornamente und Parkette, auf Achsensymmetrie	X	X	X	X
Drehsymmetrie - Herstellen drehsymmetrischer Figuren, z. B. Legen, Falten, Spannen, Zeichnen - Erkennen von Drehsymmetrien in der Umwelt, z. B. am eigenen Körper, im Gruppen-/Klassenraum - Identifizieren und Beschreiben drehsymmetrischer Abbildungen - Untersuchung geometrischer Muster, z. B. Bandornamente und Parkette, auf Drehsymmetrie	X	X	X	X
Verschiebungen - Identifizieren, Beschreiben und Herstellen deckungsgleicher ebener Figuren - Untersuchung geometrischer Muster, z. B. Bandornamente und Parkette, hinsichtlich vorhandener Symmetrien			X	X
Vergrößerte/verkleinerte Figuren - Erkennen und Benennen zueinander ähnlicher (vergrößerter bzw. verkleinerter) ebener Figuren - Beschreiben und Herstellen zueinander ähnlicher (vergrößerter bzw. verkleinerter) ebener Figuren, z. B. Zeichnen auf Karopapier	X	X	X	X

3.2.3 Größen und Messen

Mit der Leitidee Größen und Messen kommen Kinder ebenfalls bereits vor Schulbeginn in Berührung. Sie lernen verschiedene Größen, wie z. B. Längen und Gewichte, mit ihren Maßeinheiten kennen und entwickeln im Alter von ungefähr drei Jahren bereits erste Einsichten zum Messen. Der weitere Aufbau eines elaborierten Messkonzeptes geschieht nicht im Sinne einer Stufenfolge, sondern eher in der Vernetzung verschiedener Fähigkeiten und Einsichten, deren Zusammenspiel erst zum Aufbau eines umfassenden Größenkonzepts führt. Im Verlauf der Grundschulzeit entwickeln und nutzen Schüler*innen tragfähige Größenvorstellungen ebenso wie einen Grundbestand an Kenntnissen und Fertigkeiten beim Umgang mit Größen sowie bei der Bearbeitung von Sachproblemen.

Im Folgenden werden die im Alter von 0-10 Jahren relevanten Größen mit ihren jeweiligen zentralen Entwicklungsschritten getrennt dargestellt. Begonnen wird mit den geometrischen Größen Länge, Flächeninhalt und Rauminhalt, im Anschluss folgen die nicht visuell wahrnehmbaren Größen Gewicht bzw. Masse und Zeit(-spannen). Den Abschluss bilden die Geldwerte, da diese deutliche Unterschiede zu den anderen Größen aufweisen.

ENTWURFSFASSUNG

ENTWURFSFASSUNG

ENTWURFSFASSUNG

GRÖßENBEREICH LÄNGEN

Die Längen nehmen unter den Größen eine besondere Rolle ein. Sie bilden einerseits die Grundlage für andere Größen, andererseits werden sie bereits von Kleinkindern wahrgenommen. Die Kernideen des Messens können hier besonders deutlich herausgearbeitet werden.

	K	EB	1/2	3/4
Länge als Eigenschaft eines Objekts				
- Kennenlernen und Verwenden beschreibender Begriffe, z. B. groß, klein, lang, kurz, hoch	X	X	X	X
- Kennenlernen und Verwenden vergleichender Begriffe, z. B. länger – kürzer; breiter – höher, (ungefähr) gleichlang	X	X	X	X
Direktes Vergleichen von Objekten				
- visuelles Vergleichen durch Nebeneinanderlegen der Objekte	X	X	X	X
- experimentelle Erfahrungen im Zusammenfügen und Teilen von Längen	X	X	X	X
- Einsicht in das Zusammenfügen und Teilen von Längen			X	X
- Ordnen von Objekten nach der Länge	X	X	X	X
- Einsicht in die Längeninvarianz	X	X	X	X
Indirektes Vergleichen von Objekten				
- Vergleichen von Längen mithilfe eines dritten Objekts als Mittler		X	X	X
- Messen mit mehreren Objekten gleicher Länge		X	X	X
- Messen durch wiederholtes Anlegen desselben Objekts: Idee der Maßeinheit			X	X
- Einsicht in die Transitivität von Längen		X	X	X
Messen von Objekten mit standardisierten Maßeinheiten				
- grundlegende Einsichten in den Aufbau einer Messskala, insb. die Einsicht, dass jeder Punkt der Skala als Anfangspunkt der Messung genutzt werden kann			X	X
- Kenntnisse über und Fähigkeiten im Umgang mit konventionellen Messinstrumenten, z. B. Lineal, Zollstock, Maßband		X	X	X
- Benennen und Notieren von Messergebnissen mit Maßzahl und Einheit			X	X
- Einsicht in die Beziehung zwischen Maßzahl und Größe der Maßeinheit			X	X
Längenvorstellungen				
- Kennen und Anwenden der Größeneinheiten Millimeter, Zentimeter, Meter und Kilometer			X	X
- Kennen und Anwenden der Beziehungen zwischen den Einheiten, z. B. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$			X	X
- Stützpunktvorstellungen / Stützpunktwissen zu 1 cm , 10 cm , 1 m , 1 km , 100 km			X	X
- Schätzen von Längen auf der Grundlage von Stützpunktvorstellungen			X	X
Rechnen mit Längen				
- Längenmaße in unterschiedlichen Einheiten angeben bzw. umwandeln			X	X
- Formulieren von mathematischen Aufgabenstellungen zu Sachsituationen mit Längen			X	X
- Lösen von Sachsituationen		X	X	X
- Nutzen von Bearbeitungshilfen, z. B. Skizze, Zeichnung, Tabelle			X	X
- Prüfen von Lösungen auf Plausibilität			X	X

GRÖßENBEREICH FLÄCHENINHALTE

Erste Erfahrungen im Umgang mit Flächen können Kinder durch das Auslegen von Flächen, z. B. beim Tangram, erlangen und dabei zugleich einen größenbezogenen Wortschatz aufbauen. So wird zugleich das Messen von Flächeninhalten in Form des indirekten Vergleichs mit selbstgewählten bzw. standardisierten Maßeinheiten sinnvoll vorbereitet. Das Berechnen von Flächeninhalten geometrischer Figuren ist dann Gegenstand des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe.

	K	EB	1/2	3/4
Flächeninhalte als Eigenschaft eines Objekts				
- Verwenden beschreibender Begriffe, z. B. groß, klein		X	X	X
- Verwenden vergleichender Begriffe, z. B. größer – kleiner, (ungefähr) gleichgroß		X	X	X
Direktes Vergleichen von Objekten				
- visuelles Vergleichen durch Übereinanderlegen oder Zerteilen der Objekte			X	X
- Ordnen von Objekten nach der Größe des Flächeninhaltes			X	X
- Einsicht in die Flächeninvarianz, z. B. beim Zerlegen			X	X
Indirektes Vergleichen von Objekten				
- Vergleichen von Flächeninhalten mithilfe eines dritten Objekts als Mittler, z. B. durch Auslegen mit Plättchen			X	X
- Einsicht in die Transitivität von Flächeninhalten			X	X
Messen von Flächeninhalten mit standardisierten Maßeinheiten				
- Kenntnisse über und Fähigkeiten im Umgang mit konventionellen Messinstrumenten, z. B. Meterquadrat				X
- Messen von Flächen durch Auslegen mit Meter- bzw. Zentimeterquadraten				X
- Benennen und Notieren von Messergebnissen mit Maßzahl und Einheit				X
- Einsicht in die Beziehung zwischen Maßzahl und Größe der Maßeinheit				X
Flächeninhaltsvorstellungen				
- Kenntnis der Größeneinheiten Quadratzentimeter und Quadratmeter				X
- Kenntnis der Beziehungen zwischen den Einheiten, z. B. $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$				X
- Stützpunktvorstellungen bzw. Stützpunktwissen zu 1 cm^2 , 10 cm^2 , 1 m^2 , 1 km^2				X
- Schätzen von Flächeninhalten auf der Grundlage von Stützpunktvorstellungen bzw. -wissen				X
Mit Flächeninhalten rechnen				
- Flächenmaße in unterschiedlichen Einheiten angeben bzw. umwandeln				X
- Formulieren von mathematischen Aufgabenstellungen zu Sachsituationen mit Flächeninhalten				X
- Lösen von Sachsituationen				X
- Nutzen von Bearbeitungshilfen zur Lösung, z. B. Skizze, Zeichnung, Tabelle				X
- Prüfen von Lösungen auf Plausibilität				X
Bezüge zu Längen und Rauminhalten				
- Unterscheiden von Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren				X
- Unterscheiden von Oberfläche und Rauminhalt von Körpern				X

GRÖßENBEREICH RAUMINHALTE

Dieser Größenbereich ist aus mathematischer Perspektive sicher der komplexeste, aber zugleich auch einer, der bereits jungen Kindern zugänglich ist, z. B. beim Umschütten von Sand oder Wasser in Gefäße verschiedener Größe. Solche Experimente können sinnvoll in den Alltag der Kindertageseinrichtung eingebunden werden, so dass Kinder durch das eigene Handeln ganz allmählich Einsicht in die Volumeninvarianz bekommen und einen größenbezogenen Wortschatz aufbauen. Eine systematische Vertiefung erfolgt in der Grundschule, die Berechnung des Volumens geometrischer Körper findet erst in der Sekundarstufe statt.

	K	EB	1/2	3/4
Rauminhalt als Eigenschaft eines Objekts				
- Verwendung beschreibender Begriffe, z. B. viel, wenig		X	X	X
- Verwendung vergleichender Begriffe, z. B. mehr – weniger, (ungefähr) gleichviel		X	X	X
Direktes Vergleichen von Objekten				
- visueller Vergleich der Objekte			X	X
- direkter Volumenvergleich durch Umschütten, z. B. Wasser oder Sand			X	X
- Ordnen von Objekten nach der Größe des Rauminhaltes			X	X
- Einsicht in die Volumeninvarianz			X	X
Indirektes Vergleichen von Objekten				
- Vergleichen von Rauminhalten mithilfe eines dritten Objekts als Mittler				X
- Einsicht in die Transitivität von Rauminhalten			X	X
Messen von Rauminhalten mit standardisierten Maßeinheiten				
- Volumen als Würfelmaß: Volumenbestimmung durch Auslegen mit Würfeln				X
- Volumen als „Hohlmaß“: Volumenbestimmung von Hohlkörpern durch Schüttversuche				X
- Kenntnisse über und Fähigkeiten im Umgang mit konventionellen Messinstrumenten, z. B. Messbecher				X
- Benennen und Notieren von Messergebnissen mit Maßzahl und Einheit				X
- Einsicht in die Beziehung zwischen Maßzahl und Größe der Maßeinheit				X
Rauminhaltsvorstellungen				
- Kenntnis der Größeneinheiten Milliliter und Liter				X
- Kenntnis der Beziehungen zwischen den Einheiten, z. B. $1 \text{ l} = 1000 \text{ ml}$				X
- Stützpunktvorstellungen bzw. -wissen zu 1 ml, 100 ml, 500 ml, 1 l, 10 l, 100 l				X
- Schätzen von Rauminhalten auf der Grundlage von Stützpunktvorstellungen bzw. -wissen				X
Mit Rauminhalten rechnen				
- Volumenangaben in unterschiedlichen Einheiten angeben bzw. umwandeln				X
- Formulieren von mathematischen Aufgabenstellungen zu Sachsituationen mit Rauminhalten				X
- Lösen von Sachsituationen				X
- Nutzen von Bearbeitungshilfen zur Lösung, z. B. Skizze, Zeichnung, Tabelle				X
- Prüfen von Lösungen auf Plausibilität				X
Bezüge zu Flächeninhalten				
- Unterscheidung von Oberfläche und Rauminhalt von Körpern				X

GRÖßENBEREICH GEWICHTE (MASSEN)

Gewichte (Massen) sind jüngeren Kindern schwerer zugänglich als die zuvor dargestellten geometrischen Größen. Das liegt daran, dass Gewichtsunterschiede über visuelle Eindrücke nicht zu erfassen sind und auch das Einschätzen des Gewichts durch Anheben oft nicht ausreicht. Dennoch können experimentelle Erfahrungen zum direkten und indirekten Vergleichen von Gewichten bereits in der Krippe und im Elementarbereich angeregt werden. Eine systematische Behandlung standardisierter Maßeinheiten und der Aufbau von Stützpunktvorstellungen ist dann Gegenstand des Mathematikunterrichts.

	K	EB	1/2	3/4
Gewicht als Eigenschaft eines Objekts				
- Kennenlernen und Verwenden von beschreibenden Begriffen, z. B. schwer, leicht	X	X	X	X
- Kennenlernen und Verwenden vergleichender Begriffe, z. B. leichter – schwerer, (ungefähr) gleichschwer	X	X	X	X
Direktes Vergleichen von Objekten				
- Vergleichen von Gewichten mit Hilfe der Hände	X	X	X	X
- Vergleichen von Gewichten mit Hilfe einer Balkenwaage	X	X	X	X
- Ordnen von Objekten nach Gewicht	X	X	X	X
- Einsicht in die Gewichtskonstanz		X	X	X
Indirektes Vergleichen von Objekten				
- Vergleichen von Gewichten mithilfe eines dritten Objekts als Mittler		X	X	X
- Einsicht in das grundlegende Prinzip des Wiegens: Vergleich mit einer Einheit			X	X
- Messen mit mehreren Objekten gleichen Gewichtes			X	X
- Einsicht in die Transitivität von Gewichten			X	X
Messen von Objekten mit standardisierten Maßeinheiten				
- grundlegende Einsichten in den Aufbau einer Messskala			X	X
- Kenntnisse und Fähigkeiten im Umgang mit konventionellen Messinstrumenten, z. B. Küchenwaage, Personenwaage			X	X
- Benennen und Notieren von Messergebnissen mit Maßzahl und Einheit			X	X
- Einsicht in die Beziehung zwischen Maßzahl und Größe der Maßeinheit			X	X
Gewichtsvorstellungen				
- Kenntnis der Größeneinheiten Gramm, Kilogramm und Tonne			X	X
- Kenntnis der Beziehungen zwischen den Einheiten, z. B. 1 kg = 1000 g			X	X
- Stützpunktvorstellungen bzw. -wissen zu 1 g, 10 g, 100 g, 1kg, 10 kg, 1 t, 5 t			X	X
- Schätzen von Gewichten auf der Grundlage von Stützpunktvorstellungen bzw. -wissen			X	X
Rechnen mit Gewichten				
- Gewichtsmaße in unterschiedlichen Einheiten angeben bzw. umwandeln			X	X
- Formulieren von mathematischen Aufgabenstellungen zu Sachsituationen mit Gewichten			X	X
- Lösen von Sachsituationen		X	X	X
- Nutzen von Bearbeitungshilfen zur Lösung, z. B. Skizze, Zeichnung, Tabelle			X	X
- Prüfen von Lösungen auf Plausibilität			X	X

GRÖßENBEREICH ZEITSPANNEN

Mit diesem Bereich kommen Kinder auch schon lange vor der Schule in Berührung. Anders als bei den bisher thematisierten Größenbereichen ist ein direkter Vergleich von Zeitspannen nicht möglich und die Vermittlung der standardisierten Messung mittels Uhren wird auch erst in der Grundschule angesprochen. In der Krippe und im Elementarbereich liegt der Schwerpunkt auf dem bewussten Erleben von Zeitspannen, z. B. Tage, Wochen, Monate, Jahreszeiten.

	K	EB	1/2	3/4
Zeitspannen bewusst erleben				
- Bewusstes Erleben einer Zeitdauer, z. B. Zähneputzen geht schneller als Frühstück	X	X	X	X
- Kennenlernen und Verwenden beschreibender Begriffe, z. B. lange, kurz	X	X	X	X
- Kennenlernen und Verwenden vergleichender Begriffe, z. B. länger – kürzer, (ungefähr) gleichlang	X	X	X	X
Messen von Zeitpunkten und Zeitspannen mit standardisierten Maßeinheiten				
- Ablesen von Uhrzeiten auf analogen und digitalen Uhren			X	X
- grundlegende Einsichten in den Aufbau einer Messskala			X	X
- Kenntnisse und Fähigkeiten im Umgang mit konventionellen Messinstrumenten			X	X
- Benennen und Notieren von Messergebnissen mit Maßzahl und Einheit			X	X
- Einsicht in die Beziehung zwischen Maßzahl und Größe der Maßeinheit, hier insbesondere nicht-dekadische Bündelungssysteme			X	X
- Einsicht in die Transitivität von Zeitspannen			X	X
Zeitvorstellungen				
- Kenntnis der Größeneinheiten Sekunde, Minute, Stunde, Tag, Woche, Monat und Jahr			X	X
- Kenntnis der Beziehungen zwischen den Einheiten, z. B. 1 min = 60 sec			X	X
- Kenntnis und Umwandeln einfacher Brüche im Größenbereich Zeitspannen, z. B. Viertelstunde, halbe Stunde			X	X
- Stützpunktvorstellungen bzw. -wissen zu 1 sec, 1 min und zu weiteren Repräsentanten aus der eigenen Erfahrungswelt, z. B. Pausenlänge			X	X
- Schätzen von Zeitspannen auf der Grundlage von Stützpunktvorstellungen bzw. -wissen			X	X
Mit Zeitspannen rechnen				
- Zeitspannen in unterschiedlichen Einheiten angeben bzw. umwandeln			X	X
- Formulieren von mathematischen Aufgabenstellungen zu Sachsituationen mit Zeitspannen			X	X
- Lösen von Sachsituationen		X	X	X
- Nutzen von Bearbeitungshilfen zur Lösung, z. B. Skizze, Zeichnung, Tabelle			X	X
- Prüfen von Lösungen auf Plausibilität			X	X

GRÖßENBEREICH GELD(-WERTE)

Geld wird im Kontext von Einkaufssituationen bereits frühzeitig genutzt. Im Vergleich zu den anderen Größen ist Geld allerdings keine physikalische Messgröße sondern eine Zählgröße mit folgenden Besonderheiten:

- Geldeinheiten können nicht beliebig klein gewählt werden,
- Geld hat keine standardisierten Einheiten,
- Preise von Waren sind nicht stabil, sie unterliegen Schwankungen,
- der Preis einer Ware wird subjektiv unterschiedlich erlebt, der Preis lässt sich nicht objektiv messen.

Die Kompetenzentwicklung in diesem Bereich erfolgt daher auch in etwas anderen Schritten als bei den physikalischen Größen. Kinder müssen das Einkaufen mit Geld als Tauschhandel verstehen lernen, was mit Simulationen, wie z. B. dem Einkaufen im Kaufmannsladen, beginnt. Dazu ist letztlich auch ein sachgerechter Umgang mit Münzen und Geldscheinen notwendig. Im Vergleich zu anderen Größen entfällt der klassische Aufbau von Stützpunktvorstellungen, wengleich ungefähre Preisvorstellungen dennoch angebahnt werden sollen.

	K	EB	1/2	3/4
Geldwerte und -einheiten kennen und nutzen				
- Kenntnis von Münzen und Geldscheinen	X	X	X	X
- Legen eines Geldbetrages auf unterschiedliche Weise			X	X
- Angeben und Umwandeln von Geldwerten in unterschiedlichen Einheiten			X	X
- Kenntnis der Beziehungen zwischen den Einheiten, z. B. 1 € = 100 ct			X	X
- Kenntnis und Anwenden der Kommaschreibweise			X	X
Geldbeträge als Preise von Waren				
- Einkaufen als Beispiel des Tauschhandels	X	X	X	X
- Kenntnis von Gegenständen, die ca. 1 €, 10 €, 100 € kosten			X	X
Mit Geldwerten rechnen				
- Geldwerte in unterschiedlichen Einheiten angeben bzw. umwandeln			X	X
- Formulieren von mathematischen Aufgabenstellungen zu Sachsituationen mit Geldwerten			X	X
- Lösen von Sachsituationen		X	X	X
- Nutzen von Bearbeitungshilfen zur Lösung, z. B. Skizze, Zeichnung, Tabelle			X	X
- Prüfen von Lösungen auf Plausibilität			X	X

3.3.4 DATEN, HÄUFIGKEIT UND WAHRSCHEINLICHKEIT

Zu diesem Inhaltsbereich sammeln Kinder im Alltag der Kindertageseinrichtung erste Erfahrungen, z. B. Wie viele Kinder sind heute mit dem Fahrrad, dem Roller, zu Fuß etc. in die KiTa gekommen? Wofür haben sich viele/wenige Kinder in der Angebotszeit entschieden? In der Grundschule erheben Kinder selbstständig Daten, stellen sie unterschiedlich dar und bewerten sie in Bezug auf konkrete Fragestellungen.

Die Entwicklung stochastischen Denkens benötigt Zeit und wird durch frühzeitige Thematisierung von Erfahrungen mit Zufallsexperimenten aufgegriffen und behutsam systematisiert. Das Denken im Vor- und Grundschulalter ist vielfach von subjektiven Auffassungen geprägt, z. B. eine sechs zu würfeln ist schwerer als alle anderen Zahlen. Kinder unterstellen oftmals auch die Existenz eines anderen Wesens, welches in der Lage ist, Ergebnisse von Zufallsexperimenten gezielt zu beeinflussen. Das selbstständige Durchführen und anschließende Reflektieren von Zufallsexperimenten kann solchen Fehlvorstellungen auf lange Sicht entgegenwirken.

	K	EB	1/2	3/4
Daten erfassen				
- Finden von Objekten mit vorgegebenen Eigenschaften	X	X	X	X
- Sammeln und Strukturieren von Daten aus der Lebenswirklichkeit		X	X	X
Daten darstellen				
- Sortieren von Objekten nach bestimmten Merkmalen	X	X	X	X
- Darstellen von Daten in Urlisten, Strichlisten, Tabellen und Diagrammen		X	X	X
- Verwenden verschiedener Darstellungsformen			X	X
- Wechseln zwischen verschiedenen Darstellungsformen			X	X
Statistische Erhebungen auswerten				
- Vergleichen der Anzahl sortierter Objekte	X	X	X	X
- Ablesen von Informationen aus Datendarstellungen, z. B. Minima, Maxima		X	X	X
- Ermitteln und Verwenden von Kennwerten aus Datendarstellungen, z. B. arithmetisches Mittel			X	X
- Vergleichen von Informationen / Kennwerten aus verschiedenen Darstellungsformen			X	X
Wahrscheinlichkeit von Ereignissen in Zufallsexperimenten				
- Kennenlernen von Zufallsgeräten im Spiel, z. B. Würfel	X	X	X	X
- Verwenden verschiedener Zufallsgeräte		X	X	X
- Durchführen einfacher Zufallsexperimente und Protokollieren der Ergebnisse			X	X
- Beschreiben der Ergebnisse bei einstufigen Zufallsexperimenten			X	X
- Beschreiben der Wahrscheinlichkeit in Zufallssituationen ohne Einbeziehung von Versuchsergebnissen: sicher, möglich, unmöglich, wahrscheinlich, immer, häufig, selten, nie			X	X
- Beschreiben der Wahrscheinlichkeit in Zufallssituationen mit Einbeziehung von Versuchsergebnissen			X	X
- Inhaltliches Einschätzen der relativen Häufigkeit von Ergebnissen bei einstufigen Zufallsexperimenten und Spielen			X	X

4. Standards

Im Folgenden werden die erwarteten Kompetenzen am Ende des Schuljahrgangs 2 und 4 konkretisiert. Diese verstehen sich als Ergebnis einer Entwicklung von Lernprozessen, die aber schon vor der Schulzeit beginnt (vgl. Kap. 3). Sie stellen damit eine Orientierung für die langfristige Planung des Unterrichts dar und bilden die Grundlage der Leistungsbewertung.

Dabei werden die im vorherigen Kapitel genutzten tabellarischen Übersichten zur Kompetenzentwicklung in den verschiedenen Bereichen wieder aufgegriffen. Spiegelpunkte auf gleicher Höhe beziehen sich auf die gleiche erwartete Kompetenz und verdeutlichen die Progression. Gleiche Formulierungen in beiden Spalten zeigen an, dass eine Kompetenz von Anfang an aufgebaut wird, dass also die Unterschiede in den verschiedenen Jahrgängen nur in der Komplexität der jeweils altersangemessenen Aufgaben liegen. Dies ist beispielsweise bei allen Formulierungen der allgemeinen mathematischen Kompetenzen (Kap. 4.1) der Fall.

4.1 Allgemeine mathematische Kompetenzen

PROBLEMLÖSEN	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
Aufgaben bearbeiten, zu denen man noch keine Routinestrategien hat, indem mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten angewendet werden	
problemhaltige Aufgaben durch zunehmend systematisches Probieren lösen	
weitere heuristische Strategien anwenden, z. B. Zerlegen in Teilprobleme	
Zusammenhänge erkennen und Lösungsstrategien auf andere Sachverhalte übertragen	

KOMMUNIZIEREN	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
eigene Vorgehensweisen mündlich und schriftlich beschreiben	
Lösungswege anderer nachvollziehen und vergleichen	
Aufgaben gemeinsam bearbeiten, Verabredungen treffen und einhalten	
mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden	

ARGUMENTIEREN	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln, z. B. Ist das immer so? Warum ist das so?	
mathematische Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten an Beispielen erklären	
mathematische Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten allgemein erklären bzw. allgemeine Erklärungen nachvollziehen	
mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen	
Fehler erkennen, beschreiben und korrigieren	

DARSTELLEN	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
geeignete Darstellungsformen zur Präsentation von Ergebnissen entwickeln, auswählen und nutzen und Ergebnisse nachvollziehbar darstellen	
Darstellungen interpretieren und bewerten	
Darstellungen miteinander vergleichen	
zwischen verschiedenen Darstellungen und Darstellungsformen wechseln	

MODELLIEREN	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit Informationen entnehmen und dabei zwischen relevanten und irrelevanten Informationen unterscheiden	
Sachprobleme, wie z. B. Fermi-Aufgaben, in die Sprache der Mathematik übersetzen und innermathematisch lösen	
mathematische Resultate interpretieren und auf Plausibilität prüfen	
zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren	

4.2 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

4.2.1 Zahlen und Operationen

ZAHLVORSTELLUNGEN	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
Zahlen im Zahlenraum bis 100 erfassen, lesen und darstellen	Zahlen im Zahlenraum bis 1.000.000 erfassen, lesen und darstellen
zwischen verschiedenen Zahldarstellungen wechseln	
Strukturen in Zahldarstellungen zur Anzahlerfassung bis 100 nutzen	Strukturen in Zahldarstellungen zur Anzahlerfassung im erweiterten Zahlenraum nutzen
sich im Zahlenraum bis 100 orientieren	sich im Zahlenraum bis 1.000.000 orientieren
Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems verstehen: Bündelungs- und Stellenwertprinzip	
Eigenschaften und Beziehungen von Zahlen entdecken und beschreiben: Halbierungen / Verdopplungen, gerade / ungerade Zahlen, Vorgänger / Nachfolger, Nachbarzehner / Nachbarhunderter, Nähe von Zahlen zueinander	
Gesetzmäßigkeiten in arithmetischen Mustern erkennen, beschreiben und fortsetzen	Gesetzmäßigkeiten in komplexeren Mustern, wie z. B. arithmetischen Zahlenfolgen, figurierten Zahlen, erkennen, beschreiben und fortsetzen
eigenständig arithmetische Muster entwickeln	komplexere arithmetische Muster entwickeln

OPERATIONSVERSTÄNDNIS	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
über Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion verfügen	
über Grundvorstellungen zur Multiplikation und Division verfügen	
Beziehungen zwischen den vier Rechenoperationen erkennen und nutzen	
zwischen verschiedenen Darstellungen der Rechenoperationen wechseln	
Operationseigenschaften und Rechengesetze entdecken, beschreiben und nutzen	
Fachbegriffe plus, minus, mal und geteilt korrekt verwenden	Fachbegriffe Summe, Differenz, Produkt, Quotient, addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren korrekt verwenden

FLEXIBLES RECHNEN ENTWICKELN	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
Verdopplungen und Zehnerzerlegungen sowie Addition von 0 und 1 als Kernaufgaben des kleinen Einspluseins gedächtnismäßig beherrschen	
Zerlegen und Zusammensetzen von Zahlen, Tausch-, Nachbar- und Umkehraufgaben und / oder gegen-/gleichsinniges Verändern beim Addieren und Subtrahieren nutzen	
alle Aufgaben des kleinen Einspluseins und deren Umkehrungen (Einsminuseins) sicher von Kernaufgaben ableiten	
Multiplikation mit 0, 1, 2, 5 und 10 und die Quadratzahlen als Kernaufgaben des kleinen Einmaleins gedächtnismäßig beherrschen	alle Aufgaben des kleinen Einmaleins und deren Umkehrungen (Einsdurcheins) sicher von Kernaufgaben ableiten
Zerlegen und Zusammensetzen von Zahlen, Tausch-, Nachbar- und Umkehraufgaben und / oder gegen-/gleichsinniges Verändern beim Multiplizieren und Dividieren nutzen	
Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 unter Nutzung von Rechengesetzen (Kommutativ-, Assoziativ-, Distributivgesetz, Gesetze der Konstanz) lösen	Aufgaben aller Grundrechenarten unter Nutzung von Rechengesetzen (Kommutativ-, Assoziativ-, Distributivgesetz, Gesetze der Konstanz) und Konventionen (Punkt-vor-Strich, Klammerregel) lösen
Zahlbeziehungen und Rechengesetze für vorteilhaftes Rechnen nutzen	
eigene Rechenwege für andere nachvollziehbar mündlich oder schriftlich beschreiben	
unterschiedliche Rechenwege beschreiben, vergleichen und bewerten	
Rechenfehler finden, erklären und korrigieren	
Rechengesetze erkennen, erklären und benutzen	
	schriftliche Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division (mit einstelligem Divisor) sicher ausführen

	schriftliche Verfahren erläutern, indem Rechenschritte an konkreten Aufgabenbeispielen nachvollziehbar beschrieben werden
eine Strategie des Zahlenrechnens für vorteilhaftes Rechnen nutzen	eine Strategie des Zahlenrechnens oder ein schriftliches Normalverfahren für vorteilhaftes Rechnen nutzen
überschlagendes Rechnen mit aufgabenangemessener Genauigkeit	

IN KONTEXTEN RECHNEN	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
einfache kombinatorische Probleme (Permutations- und Variationsaufgaben) durch Probieren lösen	komplexere kombinatorische Probleme (Permutations-, Variations- und Kombinationsaufgaben) mit Hilfe von Systematisierungen lösen
zu einfachen Sachaufgaben, wie z. B. Rechengeschichten oder Bildsachaufgaben, mathematische Aufgabenstellungen formulieren und lösen	zu Sachproblemen mathematische Aufgabenstellungen formulieren und lösen
ungefähre Ergebnisse von Sachaufgaben ermitteln und dabei problemangemessen runden	
Bearbeitungshilfen zur Lösung von Sachaufgaben kennen und nutzen	selbstständig Bearbeitungshilfen zur Lösung von Sachaufgaben nutzen
Zuordnungen erkennen	einfache Aufgaben zur Proportionalität lösen

4.2.2 Raum und Form¹

RAUMORIENTIERUNG UND RAUMVORSTELLUNG	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
sich nach mündlicher Anweisung im Raum orientieren	sich nach einem Wegeplan und in der Vorstellung im Raum orientieren
Wege- und Lagebeziehungen zwischen konkreten oder bildlich dargestellten Gegenständen beschreiben	räumliche Beziehungen anhand von bildhaften Darstellungen, Anordnungen, Plänen, etc. und aus der Vorstellung beschreiben
konkrete oder bildlich dargestellte Gegenstände nach mündlicher Anweisung im Raum bewegen, falten und zerschneiden	ebene Figuren und Körper in der Vorstellung bewegen, falten, zerschneiden, verschieben und das Ergebnis der Aktivität vorhersagen

EBENE GEOMETRISCHE FORMEN UND KÖRPER	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
die geometrischen Grundformen Rechteck, Quadrat, Dreieck und Kreis (auch in der Umwelt) identifizieren, benennen und Fachbegriffe wie <i>Seite</i> und <i>Ecke</i> zu deren Beschreibung verwenden	weitere ebene Figuren, wie z. B. Sechseck, Achteck, Parallelogramm, identifizieren, benennen und Fachbegriffe wie <i>senkrecht</i> , <i>waagrecht</i> , <i>parallel</i> , <i>rechter Winkel</i> zu deren Beschreibung

¹ Standards zu Längen, Flächeninhalten und Rauminhalten finden sich in Kapitel 4.2.3 unter Größen und Messen

den	verwenden
ebene Figuren herstellen durch Legen, Nach- und Auslegen, Zerlegen und Zusammensetzen, Vervollständigen, Umformen, Falten, Ausschneiden, Spannen auf dem Geobrett	in der Vorstellung ebene Figuren falten, zerschneiden, umformen, verschieben, vervollständigen
einfache geometrische Muster beschreiben und eigene Muster erfinden	Muster wie Bandornamente und Parkettierungen beschreiben und eigene Muster erfinden
die geometrischen Körper Würfel, Quader und Kugel (auch in der Umwelt) identifizieren, benennen und Fachbegriffe zu deren Beschreibung verwenden	
ebene Figuren und geometrische Körper nach ihren Eigenschaften sortieren	
Vollmodelle von Körpern sowie einfache Würfelgebäude erstellen	Kanten- und Flächenmodelle von Körpern und komplexere Würfelgebäude erstellen
	verschiedene Würfelnetze finden
	Bauwerken ihre zwei- oder dreidimensionalen Darstellungen zuordnen und Bauwerke nach Plan erstellen

ELEMENTARE GEOMETRISCHE ABBILDUNGEN	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
Beziehungen zwischen Original und Bild bei achsensymmetrischen Abbildungen erkennen und benennen	deckungsgleiche ebene Figuren identifizieren und beschreiben
achsensymmetrische ebene Figuren beschreiben und erstellen	achsen- und drehsymmetrische ebene Figuren beschreiben und erstellen
achsensymmetrische ebene Figuren in der Umwelt identifizieren und beschreiben	achsen- und drehsymmetrische ebene Figuren in der Umwelt identifizieren und beschreiben
zueinander ähnliche „vergrößerte“ oder „verkleinerte“ einfache ebene Figuren identifizieren, mit eigenen Worten beschreiben und mit Lege-Material herstellen	durch maßstäbliches Verkleinern bzw. Vergrößern auf Gitterpapier zueinander ähnliche ebene Figuren erstellen und beschreiben

4.2.3 Größen und Messen

LÄNGEN	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
Längen vergleichen und ordnen	
Längen mit geeigneten Messgeräten messen	
Längen von alltäglichen Objekten als Bezugsgröße kennen	
auf Grundlage von Stützpunktvorstellungen Längen schätzen	
die Einheiten cm und m verwenden und Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln)	die Einheiten mm, cm, m und km verwenden und Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln)
mit Längen rechnen	

FLÄCHENINHALTE	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
	Flächeninhalte vergleichen und ordnen
	Flächeninhalte mit geeigneten Messgeräten messen
	Flächeninhalte von alltäglichen Objekten als Bezugsgrößen kennen
	auf Grundlage von Stützpunktvorstellungen Flächeninhalte schätzen
	die Einheiten cm^2 und m^2 verwenden und Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln)
	mit Flächeninhalten rechnen

RAUMINHALTE	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
	Rauminhalte vergleichen und ordnen
	Rauminhalte mit geeigneten Messgeräten messen
	Rauminhalte von alltäglichen Objekten als Bezugsgrößen kennen
	auf Grundlage von Stützpunktvorstellungen Rauminhalte schätzen
	die Einheiten ml und l verwenden und Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln)
	im Alltag gebräuchliche Brüche bei Größenangaben nutzen und in kleinere Einheiten umwandeln, z. B. $\frac{1}{4} \text{ l} = 250 \text{ ml}$
	mit Rauminhalten rechnen

GEWICHTE	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
	Gewichte vergleichen und ordnen
	Gewichte mit geeigneten Messgeräten messen
	Gewichte von alltäglichen Objekten als Bezugsgrößen kennen
	auf Grundlage von Stützpunktvorstellungen Gewichte schätzen
	die Einheiten g, kg, t verwenden und Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln)
	im Alltag gebräuchliche Brüche bei Größenangaben nutzen und in kleinere Einheiten umwandeln, z. B. $\frac{1}{2} \text{ kg} = 500 \text{ g}$
	mit Gewichten (auch Dezimalzahlen) rechnen

ZEITSPANNEN UND ZEITPUNKTE	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
Zeitspannen vergleichen und ordnen	
Zeitspannen von alltäglichen Situationen als Bezugsgröße kennen	
Zeitpunkte ablesen und analoge/digitale Uhren auf vorgegebene Uhrzeiten einstellen bzw. die fehlenden Zeiger/Ziffern eintragen	
die Einheiten Sekunde, Minute, Stunde, Tag, Woche, Monat, Jahr verwenden und Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln)	
mit Zeitspannen rechnen	

GELD(-WERTE)	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
Geldbeträge vergleichen und ordnen	
die Einheiten ct und € verwenden und Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln)	
mit Geldbeträgen (ganzahlige Maßzahlen) rechnen	mit Geldbeträgen (auch Dezimalzahlen) rechnen

MIT GRÖßEN IN SACHSITUATIONEN UMGEHEN	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
zu einfachen Sachsituationen (z. B. Rechenschichten, Bildsachaufgaben) mathematische Aufgabenstellungen formulieren und lösen und umgekehrt	zu Sachproblemen mit Größen mathematische Aufgabenstellungen formulieren und lösen und umgekehrt
Bearbeitungshilfen (z. B. Skizzen, Tabellen) zur Lösung von Sachaufgaben nutzen	geeignete Bearbeitungshilfen (z. B. Skizzen, Tabellen, Schaubilder) auswählen und zur Lösung von Sachaufgaben mit Größen nutzen
Prüfen von Ergebnissen auf Plausibilität über Stützpunktvorstellungen	
zu Gleichungen mit Größen passende Sachsituationen finden	

4.2.4 Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

DATEN ERFASSEN, DARSTELLEN UND INTERPRETIEREN	
Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
Daten in Sachsituationen sammeln	
Daten in Diagrammen und Tabellen darstellen	
Daten aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen entnehmen und interpretieren	

WAHRSCHEINLICHKEIT VON EREIGNISSEN IN ZUFALLSEXPERIMENTEN
--

Standards am Ende des zweiten Schuljahres	Standards am Ende des vierten Schuljahres
Situationen aus der Lebenswelt unter Verwendung der Begriffe sicher, wahrscheinlich, möglich und unmöglich beschreiben	die Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen unter Verwendung der Begriffe sicher, wahrscheinlich, unmöglich, immer, häufig, selten, nie einschätzen
Versuchsergebnisse von Zufallsexperimenten dokumentieren	

ENTWURFSFASSUNG

ENTWURFSFASSUNG

ENTWURFSFASSUNG

5. Glossar

Begriffe für das Glossar werden mit den Pilotverbänden abgestimmt

ENTWURFSFASSUNG

ENTWURFSFASSUNG

ENTWURFSFASSUNG

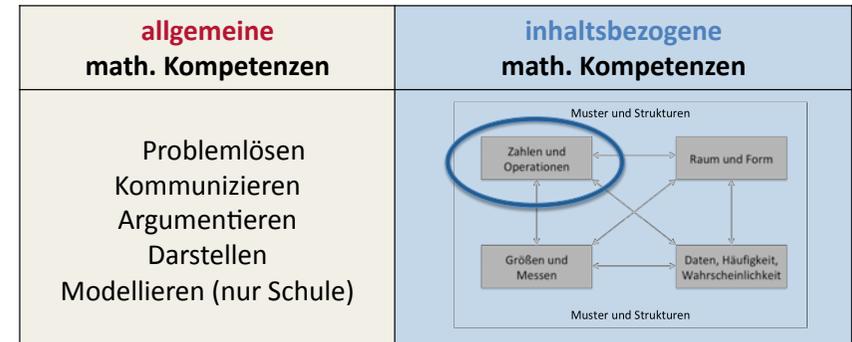
Bildungsplan von 0 – 10 Jahren

Praxisbeispiele zum Aufbau von Zahlvorstellungen

AG Mathematik
Stand: 30.09.19

Was wird sich ändern?

- Durchgängiges Konzept zur fachdidaktischen Arbeit für den Elementar- und Primarbereich
- Orientierung an der (bildungsbereichsbezogenen) Kompetenzentwicklung der Kinder



Formulierung von „Meilensteinen“

Meilensteine zum Aufbau von Zahlvorstellungen

Entwurf (Stand: 30.09.2019)

	K	EB	1/2	3/4
Zählen				
- Aufzählen der Zahlwortreihe	X	X	X	X
- vorwärts und rückwärts zählen und weiterzählen	X	X	X	X
- Abzählen und Auszählen von Objekten	X	X	X	X
- Benennen von Vorgänger und Nachfolger	X	X	X	X
- Zählen in Schritten (z. B. 2er-, 5er-, 10er-, 100er-Schritte)	X	X		
Anzahlerfassung und -darstellung				
- Vergleichen von Mengen (z. B. mehr, weniger, gleich viel)	X	X	X	X
- Simultanes Erfassen von Würfelbildern und Fingerbildern	X	X	X	X
- Simultanes und quasi-simultanes Erfassen von unstrukturierten Anordnungen (z. B. Muggelsteine)	X	X	X	
- Simultanes und quasi-simultanes Erfassen von strukturierten Zahlendarstellungen (am Arbeitsmittel), dabei vor allem 5er- und 10er-Bündelungen erkennen und nutzen		X	X	
- Strukturiertes Darstellen von Anzahlen am Arbeitsmittel		X	X	
- Nutzen verschiedener Zahlendarstellungen, Darstellungswechsel, Vergleich von Darstellungen: strukturierte Punktefelder, Rechenstrich, Mehrsystemblöcke, Stellenwerttafel, Zahlwort, Ziffernschreibweise		X	X	
Stellenwertverständnis				
- Nutzen der Stellenwertschreibweise (z.B. H, Z, E),		X	X	
- Zerlegen von Zahlen in Stellenwerte		X	X	
- Bündeln und Entbündeln von Mengen (enaktiv, ikonisch, symbolisch)		X	X	
- Einsicht in den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems: Bündelungs- und Stellenwertprinzip		X	X	
Zahleigenschaften und -beziehungen				
- Ordnen von Zahlen nach der Größe		X	X	
- Erkennen und Beschreiben von Zahleigenschaften und -beziehungen (z.B. Halbierungen/Verdopplungen, gerade/ungerade Zahlen, Vorgänger/Nachfolger, Nachbarzehner/Nachbarhunderter, Nähe von Zahlen zueinander)		X	X	
- Beschreiben von Zahlen- und Punktmustern		X	X	
- Erkennen von Regeln bei Zahlenfolgen		X	X	
- Fortsetzen von Zahlenfolgen		X	X	
- Erfinden von Zahlenfolgen		X	X	

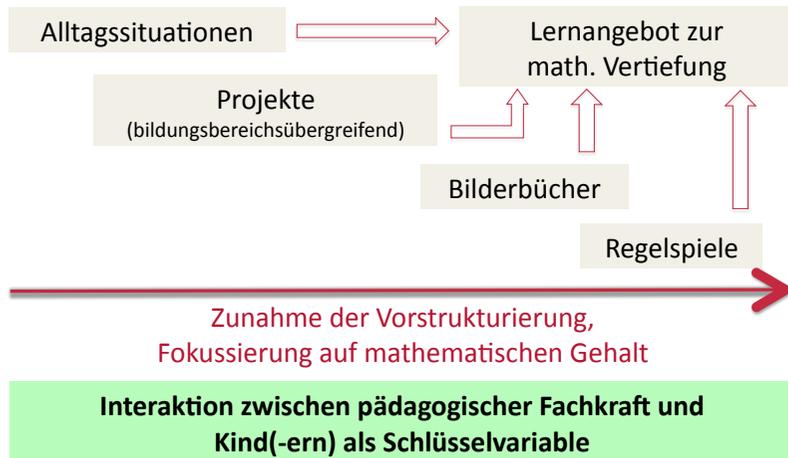
Meilensteine zum Aufbau von Zahlvorstellungen

Entwurf (Stand: 30.09.2019)

	Beschreibung	K	EB	1/2	3/4
Z1	Zählen	X	X	X	X
Z2	Anzahlerfassung und -darstellung	X	X	X	X
Z3	Stellenwertverständnis			X	X
Z4	Zahleigenschaften und -beziehungen			X	X

Mathematiklernen in Krippe und Kita

geeignete Lerngelegenheiten



Beispiele zum Aufbau von Zahlvorstellungen

▪ Krippe / Kita / Grundschule

- Zählen und Anzahlerfassung in Alltagssituationen (Z1, Z2)
- Zählen und Anzahlerfassung in Spielsituationen (Z1, Z2)
- Zählen und Anzahlerfassung mit Bilderbüchern (Z1, Z2, Z4)

▪ Grundschule

- Anzahlerfassung am Arbeitsmittel (Z2, Z4)
- Bündeln und Entbündeln (Z2, Z3)
- Punktmuster erforschen (Z4)

Zählen in Alltagssituationen



Exkurs: Zählprinzipien

Prinzip der stabilen Ordnung

→ Kennenlernen der Zahlwortreihe (vorwärts und rückwärts) beim Zählen in Alltagssituationen

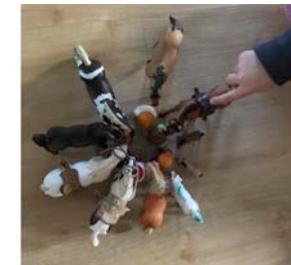
Wie viele Teller stehen auf dem Tisch?

Gleich gehen wir nach Draußen: 5, 4, 3, 2, 1 und los!

Eindeutigkeitsprinzip

→ 1 : 1 Zuordnung von Objekt und Zahlwort beim regelmäßigen Zählen in Alltagssituationen üben

→ Antippen / Verschieben von Objekten als Hilfestellung



Exkurs: Zählprinzipien

Kardinalzahlprinzip

I	(legt 5 Spielfiguren auf den Tisch) So Otto, kannst du die mal bitte zählen?
O	Ich kann mal mit denen so einen Strich machen kann ich mit denen (ordnet die Spielfiguren neu an). Dann kann ich besser zählen. Eins, zwei, drei, vier, <u>fünf!</u> (blickt auf, lächelt) (tippt bei jedem Zahlwort genau eine Spielfigur an)
I	Wie viele sind es?
O	(tippt noch einmal jede Spielfigur an und bewegt die Lippen)
I	Sag mal, wie viele sind es?
O	Ich weiß nicht.
I	Du hast ja bis fünf gezählt, ne?
O	Ja. (dreht sich auf dem Stuhl um)
I	Und? Wie viele sind es dann?
O	Ich weiß <u>auch nicht</u> .



Zählen in Alltagssituationen



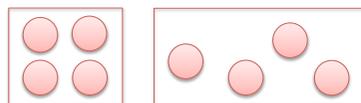
Lernbegleitung

- möglichst viele Zählchancen schaffen
- richtiges Zählen vormachen
- Erklärungen und Korrekturen nicht notwendig / sinnvoll

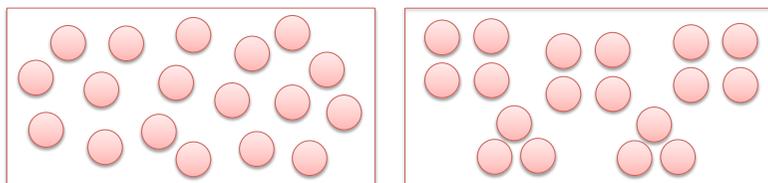
Beobachtungsschwerpunkte

- Welche Zählprinzipien werden schon berücksichtigt?
- In welchem Zahlenraum bewegt sich das Kind sicher?

Exkurs: simultane und quasi-simultane Anzahlerfassung



Anzahlen bis 4 können von Kindern **simultan**, d.h. auf einen Blick erfasst werden, ohne dass gezählt werden muss



größere Anzahlen können **quasi-simultan** erfasst werden, wenn sie strukturiert dargestellt sind (rechts)

Anzahlerfassung



E	Kannst du mir sagen, wie viele Eier in deine Schachtel hinein passen?
M	(während Lukas zu zählen beginnt) Das sind 6.
E	Woher weißt du das?
M	Na, 3, 3.
E	Wie 3, 3?
M	Na, siehst du nicht, das sind 3 und 3 (zeigt auf die Dreierreihen der Schachtel).
T	Nein, das sind 2, 2 und 2. Schau so (zeigt auf jeweils zwei untereinanderliegende Eier).
L	(hat inzwischen die Anzahl korrekt gezählt) Ja, das sind wirklich 6.

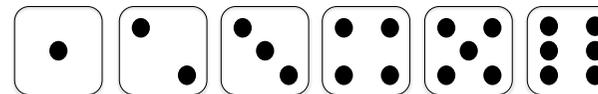
Anzahlerfassung



Kannst du schnell sehen, wie viele es sind? Ohne zu zählen?

Wie hast du das so schnell gesehen?

Exkurs: Würfelbilder



- markante Anordnungen von 1 bis 6 Punkten
- zu Beginn können die Punkte noch gezählt werden
- Ziel ist das sofortige (Wieder-)Erkennen der Würfelbilder
- möglichst viele Würfelspiele bereitstellen
- ggf. Einsatz gezielter Impulse
- sofortiges Erkennen gezielt honorieren, nicht zusätzlich nachzählen lassen
- Spielen von Würfelspielen (inkl. passender Impulse) wirkt messbar auf math. Kompetenzen (vgl. Gasteiger 2010)

Ich zeige dir den Würfel nur ganz kurz, kannst du schnell sagen, wie viele Punkte es sind?

Prima, da musstest du gar nicht zählen. Du hast gleich gesehen, dass es 3 Punkte sind.

Zählen in Spielsituationen

Lernbegleitung durch vorbildliches Mitspielen und geeignete Impulse

- Schritte zählen vormachen (ggf. auch in Sprüngen)
- „Wie viel brauchst du, um mich rauszuwerfen?“



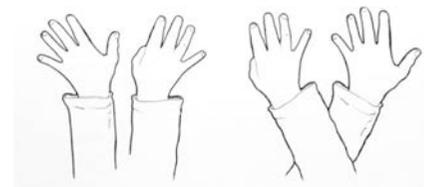
- Summenbildung vormachen, z.B. Weiterzählen: 6 - 7, 8, 9
- „Hoffentlich kriege ich jetzt eine 4 und eine 3, dann kann ich die 7 umklappen!“



Exkurs: Fingerbilder

Aktivitäten mit Händen

- Wie viele Finger sind das?
- Zeig mir ganz schnell ... Finger!
- Wie kann man ... Finger anders zeigen?
- Welche Rechenaufgabe passt zu dem Fingerbild?



Exkurs: Fingerbilder

Liebe Samira,
wir haben letzte Woche den 6. Geburtstag von Filip gefeiert. Im Kreis habe ich euch gefragt, wie alt Filip geworden ist. Ein Kind antwortete „6 Jahre“ und zeigte dabei mit einer Hand fünf Finger und mit der anderen einen. Daraufhin sagtest Du: „Eine 6 geht aber auch so“ und zeigtest an jeder Hand drei Finger. (...) Danach sagtest du, man könne die Zahl 6 auch noch anders zeigen und zeigtest mit einer Hand vier Finger und mit der anderen Hand zwei Finger. Ich fand es sehr schön, dass Du dich schon so gut bei den Zahlen auskennst und eine Menge auf unterschiedliche Weise mit Fingern darstellen kannst. Mach bitte weiter so.

Deine Maja

Foto

Foto

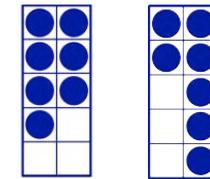
Foto

Anzahlerfassung am Arbeitsmittel

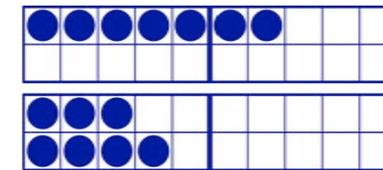
Bezüge zwischen Fingern und Darstellungen im Zehnerfeld



Block- und Reihendarstellung im Zehnerfeld

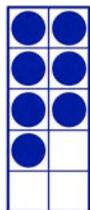


Erweiterung Zwanzigerfeld



Anzahlerfassung am Arbeitsmittel

Wie viele Punkte sind es?



Wie hast du das gesehen?

die Würfelsechs und noch einer

vier links und drei rechts

die Würfelvier und noch drei

drei freie Felder

...

Welche Rechenaufgabe passt zu der Deutung?

$$6 + 1 = 7$$

$$4 + 3 = 7$$

$$4 + 3 = 7$$

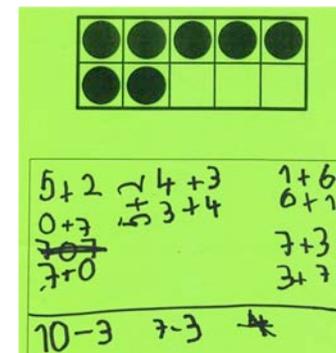
$$10 - 3 = 7$$

...

→ regelmäßiger Einsatz verschiedener Aktivitäten notwendig

Anzahlerfassung am Arbeitsmittel

Ein Punktebild – viele Rechenaufgaben



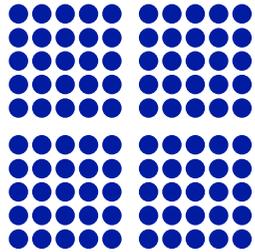
Welche Rechenaufgaben passen zu dem Punktebild?

Warum passen diese Rechenaufgaben?

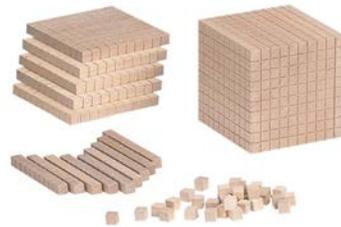
Fallen dir auch passende Minusaufgaben ein?

Anzahlerfassung am Arbeitsmittel

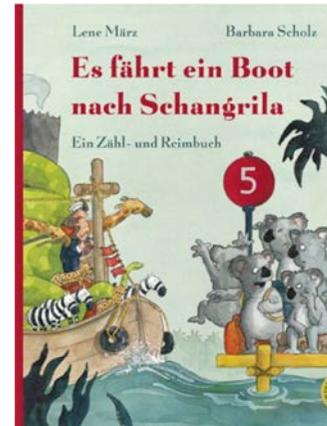
äquivalente Aktivitäten im Hunderterraum



und Tausenderraum sinnvoll



Bilderbücher



(März & Scholz 2006)

Bilderbücher

Mögliche Aktivitäten

- Bilderbuchbetrachtung ohne Vorlesen der Reime
→ diverse Zählansätze
- Mengen vergleichen
→ immer ein Tier weniger
- Unterbrechung der Betrachtung
→ wie geht es weiter?
→ Fortsetzung zeichnen lassen
- Sortieren der Bilderbuchseiten



Bilderbücher

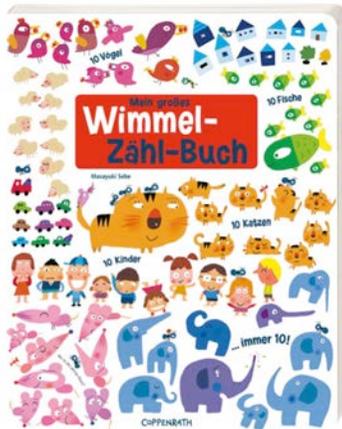
Mögliche Aktivitäten

- Geschichte nachspielen
→ diverse Zählansätze
- Erneute Betrachtung mit besonderem Blick auf die Vögel auf jeder Doppelseite
→ 10er-Zerlegung
- Strukturierte Darstellung der Tiermengen



Benz (2012)

Bilderbücher



- diverse Anreize zum Abzählen bis 10 oder sogar bis 100
- zusätzliche Impulse zum Anzahlvergleich möglich
- zusätzliche Impulse zum Zählen in Schritten (v.a. 2er- und 10er-Schritte) möglich

Bilderbücher

gemeinsame Bilderbuchbetrachtung



Bilderbücher

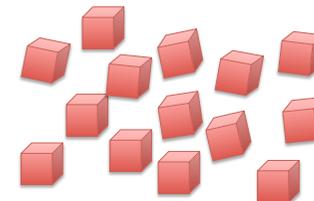
Zählen in Schritten vormachen



Das sind ja immer 10, also insgesamt: 10, 20, 30, 40 50, 60, 70, 80, 90, 100!

Bündeln und Entbündeln

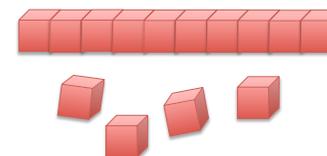
Orientierung im Hundertraum



Wie viele Würfel sind das?
Wie schreibt man das auf?

14

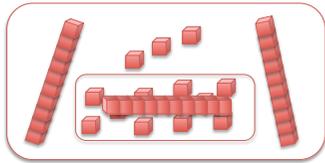
Aber $1 + 4$ ist doch 5!
Wo ist da eine 1 und eine 4?



Z	E
1	4

Bündeln und Entbündeln

Bündeln...



Z	E
2	13

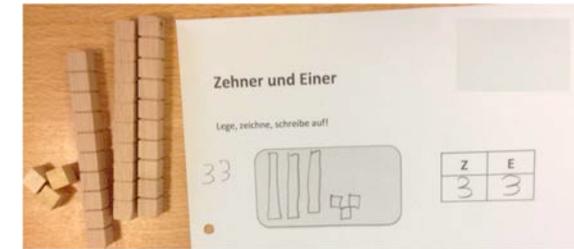
$$\neq 213$$

$$= 33$$

... und entbündeln



Bündeln und Entbündeln



Darstellung mit
konkretem Material

bildliche Darstellung

Symbolische Darstellung
in der Stellenwerttafel

→ Ziel: Ablösung vom Material durch den
Aufbau mentaler Vorstellungsbilder

Bündeln und Entbündeln

Aufbau mentaler Vorstellungsbilder:

163		<table border="1"><tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	T	H	Z	E				
T	H	Z	E							
—		<table border="1"><tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	T	H	Z	E				
T	H	Z	E							
255		<table border="1"><tr><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>25</td></tr></table>	H	Z	E	2	3	25		
H	Z	E								
2	3	25								
—		<table border="1"><tr><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	H	Z	E					
H	Z	E								

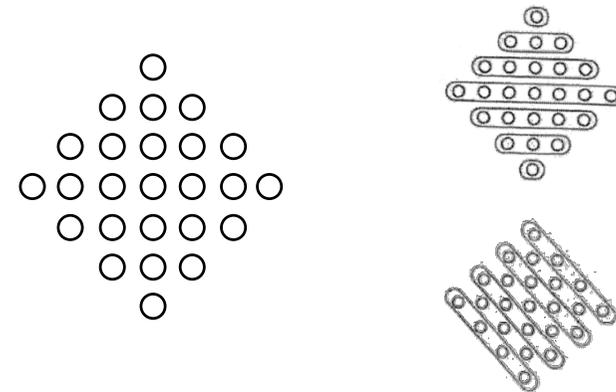
Lege mit Material

Erkläre einem
anderen Kind,
wie es mit Material
legen soll.

Stell dir vor, du
würdest mit
Material legen

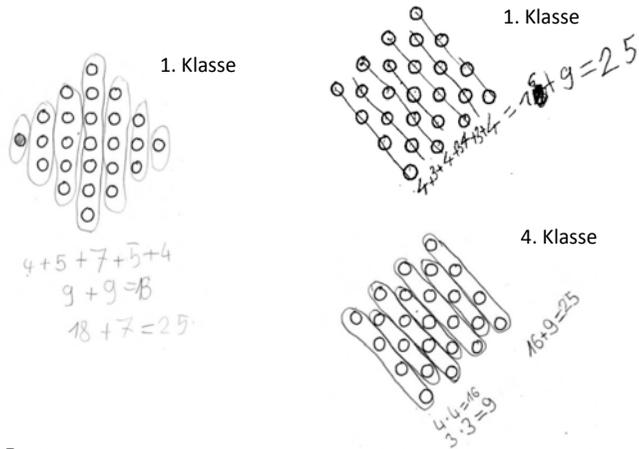
Punktmuster

Welche Rechenaufgaben passen zu dem Punktebild?



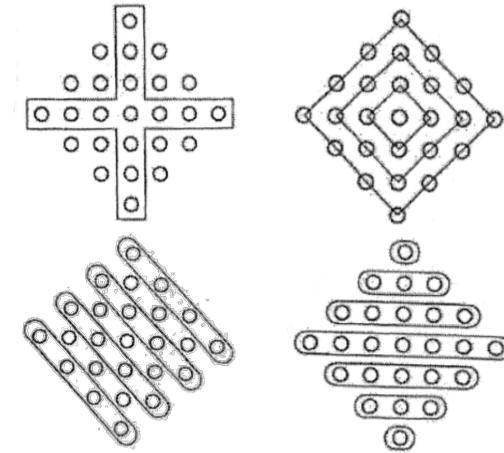
Punktmuster

Welche Rechenaufgaben passen zu dem Punktebild?



Punktmuster

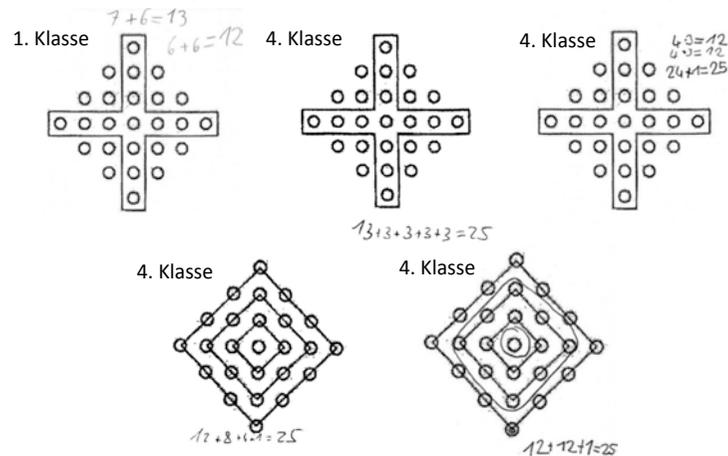
Welche Rechenaufgaben passen zu den verschiedenen Deutungen?



(vgl. Krauthausen 1998)

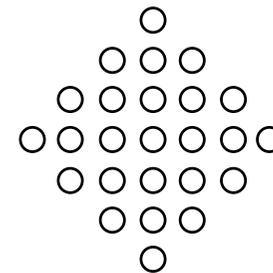
Punktmuster

Welche Rechenaufgaben passen zu den verschiedenen Deutungen?



Punktmuster

Wie muss man schauen, damit diese Rechenaufgaben zu dem Punktebild passen? Zeichne ein.



$$7 + 7 + 7 + 4$$

$$4 \cdot 4 + 3 \cdot 3$$

$$5 \cdot 5$$

$$12 \cdot 2 + 1$$

(vgl. Krauthausen 1998)

Meilensteine zum Aufbau von Zahlvorstellungen

Entwurf (Stand: 30.09.2019)

	Beschreibung	K	EB	1/2	3/4
Z1	Zählen	X	X	X	X
Z2	Anzahlerfassung und -darstellung	X	X	X	X
Z3	Stellenwertverständnis			X	X
Z4	Zahleigenschaften und -beziehungen			X	X

Literatur

- Benz, C. (2010). Zählen ist nicht alles, was zählt. Zur Förderung der strukturierten Mengenwahrnehmung vor und zu Beginn der Schulzeit. In: *MNU PRIMAR*, Heft 2, S. 52-57.
- Benz, C. (2012). *Es fährt ein Boot nach Schangrila. Förderung arithmetischer Kompetenzen im Elementar- und Primarbereich*. In: *Mathematik differenziert*, Heft 1-2012, S. 40-44.
- Benz, C.; Peter-Koop, A., Grüßing, M. (2015). *Frühe mathematische Bildung. Mathematik-lernen der Drei- bis Achtjährigen*. Heidelberg: Springer-Spektrum
- Gaidoschik, M. (2007). *Rechenschwäche vorbeugen. 1. Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen*. Wien: öbvhpt.
- Gasteiger, H. (2010): *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte: Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes*. Münster: Waxmann.
- Körner, A. & Bönig, D. (2015). *Mathematiklernen im Übergang. Förderung durch mathematikbezogene Spiele für Elementarbereich und Grundschule*. URL: http://www.fruehpaedagogik.uni-bremen.de/handreichungen/Koerner+Boenig2015/Mathematikspiele_Uebergang.pdf
- März, L. & Scholz, B. (2006). *Es fährt ein Boot nach Schangrila. Ein Zähl- und Reimbuch*. Stuttgart: Thienemann
- Krauthausen, G. (1998). *Lernen – lehren – Lehren lernen. Zur mathematik-didaktischen Lehrerbildung am Beispiel der Primarstufe*. Leipzig: Klett.
- Rechtsteiner-Merz, C. (2011). Den Zahlenblick schulen. Flexibles Rechnen entwickeln. In: *Die Grundschulzeitschrift*, Heft 248.249, Materialbeilage.
- Sebe, M. (2011). *Mein großes Wimmel-Zähl-Buch*. Münster: Coppenrath.

Bildungsplan von 0 – 10 Jahren

Praxisbeispiele zu „Längen“

AG Mathematik
Stand: 30.09.19

Gliederung

- Was wird sich ändern?
- Komponenten des Längenkonzepts
- Mathematiklernen in Krippe und Kita – grundlegende Anmerkungen
- Praxisbeispiele zum Aufbau des Längenkonzepts bei Kindern

Was wird sich ändern?

- Durchgängiges Konzept zur fachdidaktischen Arbeit für den Elementar- und Primarbereich
- Orientierung an der (bildungsbereichsbezogenen) Kompetenzentwicklung der Kinder

Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen
Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Darstellen, Modellieren (nur Schule)	

Was wird sich ändern?

- Durchgängiges Konzept zur fachdidaktischen Arbeit für den Elementar- und Primarbereich
- Orientierung an der (bildungsbereichsbezogenen) Kompetenzentwicklung der Kinder

Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen
Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Darstellen, Modellieren (nur Schule)	

Formulierung von „Meilensteinen“

Komponenten des Längenkonzepts

Entwurf (Stand: 30.09.19)

	k	EB	1/2	3/4
Länge als Eigenschaft eines Objekts				
- Kennenlernen und Verwenden beschreibender Begriffe, z. B. groß, klein, lang, kurz, hoch	X	X	X	X
- Kennenlernen und Verwenden vergleichender Begriffe, z. B. länger – kürzer; breiter – höher, (ungefähr) gleichlang	X	X	X	X
Direktes Vergleichen von Objekten				
- visuelles Vergleichen durch Nebeneinanderlegen der Objekte	X	X	X	X
- experimentelle Erfahrungen im Zusammenfügen und Teilen von Längen	X	X	X	X
- Einsicht in das Zusammenfügen und Teilen von Längen	X	X	X	X
- Ordnen von Objekten nach der Länge	X	X	X	X
- Einsicht in die Längeninvarianz	X	X	X	X
Indirektes Vergleichen von Objekten				
- Vergleichen von Längen mithilfe eines dritten Objekts als Mittler	X	X	X	X
- Messen mit mehreren Objekten gleicher Länge	X	X	X	X
- Messen durch wiederholtes Anlegen desselben Objekts: Idee der Maßeinheit	X	X	X	X
- Einsicht in die Transitivität von Längen	X	X	X	X
Messen von Objekten mit standardisierten Maßeinheiten				
- grundlegende Einsichten in den Aufbau einer Messkala, insb. die Einsicht, dass jeder Punkt der Skala als Anfangspunkt der Messung genutzt werden kann	X	X	X	X
- Kenntnisse über und Fähigkeiten im Umgang mit konventionellen Messinstrumenten, z. B. Lineal, Zollstock, Maßband	X	X	X	X
- Benennen und Notieren von Messergebnissen mit Maßzahl und Einheit	X	X	X	X
- Einsicht in die Beziehung zwischen Maßzahl und Größe der Maßeinheit	X	X	X	X
Längenvorstellungen				
- Kennen und Anwenden der Größeneinheiten Millimeter, Zentimeter, Meter und Kilometer	X	X	X	X
- Kennen und Anwenden der Beziehungen zwischen den Einheiten, z. B. 1 m = 100 cm	X	X	X	X
- Stützpunktvorstellungen / Stützpunktwissen zu 1 cm, 10 cm, 1 m, 1 km, 100 km	X	X	X	X
- Schätzen von Längen auf der Grundlage von Stützpunktvorstellungen	X	X	X	X
Rechnen mit Längen				
- Größen in unterschiedlichen Einheiten angeben bzw. umwandeln	X	X	X	X
- Formulieren von mathematischen Aufgabenstellungen zu Sachsituationen mit Längen	X	X	X	X
- Lösen von Sachsituationen	X	X	X	X
- Nutzen von Bearbeitungshilfen, z. B. Skizze, Zeichnung, Tabelle	X	X	X	X
- Prüfen von Lösungen auf Plausibilität	X	X	X	X

Komponenten des Längenkonzepts

Entwurf (Stand: 28.02.19)

	Beschreibung	K	EB	1/2	3/4
L1	Länge als Eigenschaft eines Objekts	X	X	X	X
L2	Direktes Vergleichen von Objekten	X	X	X	X
L3	Indirektes Vergleichen von Objekten		X	X	X
L4	Messen von Objekten mit standardisierten Einheiten		(X)	X	X
L5	Längenvorstellungen		(X)	X	X
L6	Mit Längen rechnen		(X)	X	X

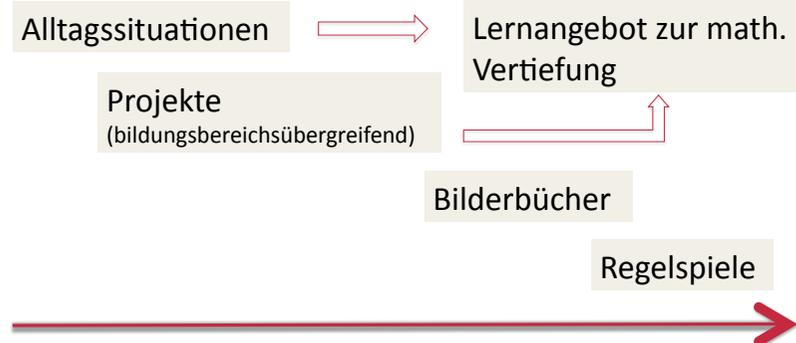
Mathematiklernen von 0-10 Jahren

Allg. math. Kompetenzen	Gestaltungsprinzipien
Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Darstellen, Modellieren (nur Schule)	Lernen in bedeutsamen Kontexten Lernen – eigenaktiv und im sozialen Austausch Wiederholen und Üben Entwicklungsgemäße Darstellungen Über Mathematik sprechen

Interaktion zwischen pädagogischer Fachkraft und Kind(-ern) als Schlüsselvariable

Mathematiklernen in Krippe und Kita

Geeignete Lerngelegenheiten



Zunahme der Vorstrukturierung, Fokussierung auf mathematischen Gehalt

Interaktion zwischen pädagogischer Fachkraft und Kind(-ern) als Schlüsselvariable

Beispiele zum Aufbau des Längenkonzepts

- **Krippe**
 - Längen in Alltagssituationen (L1)
- **Kita**
 - Längen in Alltagssituationen (L1, L2, L3, L4)
- **Übergang Kita / Grundschule**
 - Längen in Projekten (L1, L2, L3, L4)
 - Längen im Regelspiel (L1, L2, L3)
 - Längen im Bilderbuch (L2, L3, L4, L5)
 - Fermi-Aufgaben zu Längen (L3, L5, L6)
- **Schule**
 - Kl. 2: Linealbilder (L4)
 - Kl. 4: Fermi-Aufgaben zu Längen (L3, L5, L6)

Exkurs Alltagssituationen (Krippe und Kita)

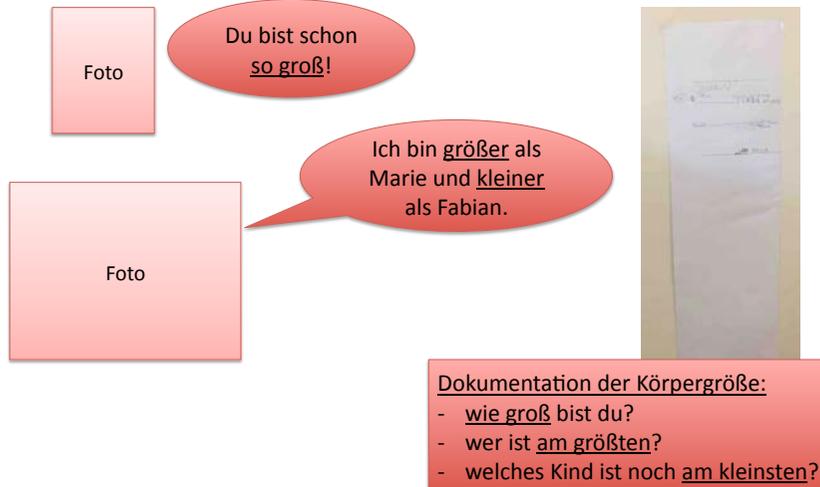
- Mathematischer Inhalt ergibt sich situativ und stark orientiert am kindlichen Interesse
- Fachdidaktisch anspruchsvoll:
Impulse für eine vertiefte mathematische Auseinandersetzung durch die pädagogische Fachkraft

Längen in Alltagssituationen

Körpergrößen vergleichen

L1

L2



Foto

Du bist schon so groß!

Foto

Ich bin größer als Marie und kleiner als Fabian.

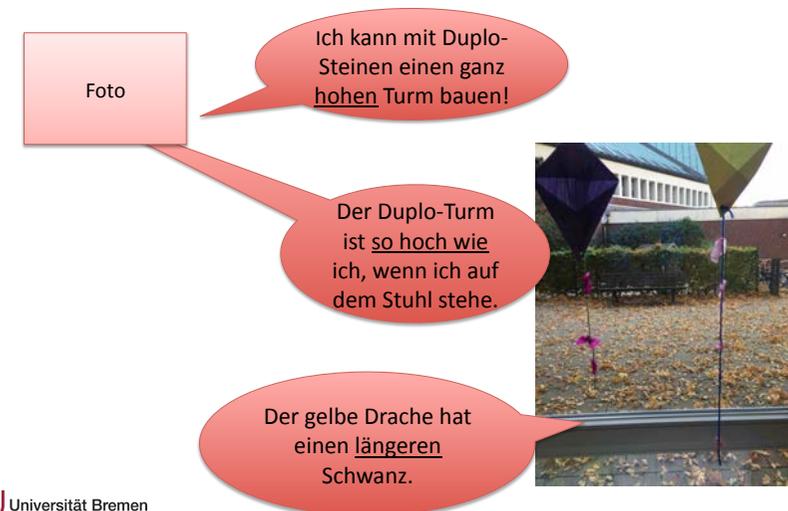
Dokumentation der Körpergröße:

- wie groß bist du?
- wer ist am größten?
- welches Kind ist noch am kleinsten?

Längen in Alltagssituationen

Längen von Objekten (direkt) vergleichen

L2



Foto

Ich kann mit Duplo-Steinen einen ganz hohen Turm bauen!

Der Duplo-Turm ist so hoch wie ich, wenn ich auf dem Stuhl stehe.

Der gelbe Drache hat einen längeren Schwanz.

Längen in Alltagssituationen Längen von Objekten messen

L4



- Sprungweite mit einem Zollstock messen
- Länge mit einem Faden abtragen und Fadenlängen vergleichen

Längen in Alltagssituationen Längenvergleich im Freispiel: Bauecke

L2



Längen in Alltagssituationen Längen von Objekten vergleichen

L2



Längen in Projekten

L1

L2

L3

L4



Wachstum einer Bohne

Exkurs Regelspiele (Kita und Grundschule)

- Gemeinsames Spielen mit Kindern
 - Sachwortschatzarbeit
 - Spielzüge (mathematikbezogen) kommentieren
 - Fragen einbringen
- mathematische Aspekte vertiefen
(**nach** dem Spiel)
 - ↳ Situationskarten von Zwischenständen bzw. Spielverläufen

Spiel: Da ist der Wurm drin



L1

L2

L3

Spiel: Da ist der Wurm drin

Sachwortschatzarbeit

- „Ich schiebe mein Wurmteil unter die Erde.“
- „Mein Wurm ist jetzt da (*Kind zeigt auf die Erdbeeren*).“
„Richtig, dein Wurm ist bei den Erdbeeren angekommen.“

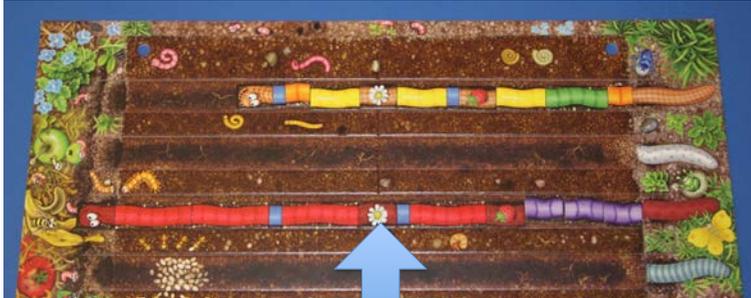
Spiel: Da ist der Wurm drin

Spielzüge (mathematikbezogen) kommentieren

- „Mein Wurm wird immer länger.“
- „Wenn ich längere Stücke habe, wächst mein Wurm schneller.“
- „Paula hat ganz oft rot gewürfelt, deshalb ist ihr Wurm schon so weit.“
- „Ich würfele immer blau, da wächst mein Wurm einfach nur langsam.“
- „Welcher Wurm wird wohl zuerst am Erdbeerfeld rausschauen?“

Spiel: Da ist der Wurm drin

Vertiefung mathematischer Aspekte
rückblickende Betrachtung des Spielfeldes



Philipp: „Du hast viel mehr lange Stücke gewürfelt als ich. Ich hatte nur ein grünes, das auch schon ganz schön lang ist. Aber wir hatten auch beide zwei blaue, die ganz kurz sind, trotzdem hast Du gewonnen.“

Spiel: Da ist der Wurm drin

Vertiefung mathematischer Aspekte
Situationskarten zu Zwischenständen o. Spielverläufen



„Welche Farben wurden bisher gewürfelt?“

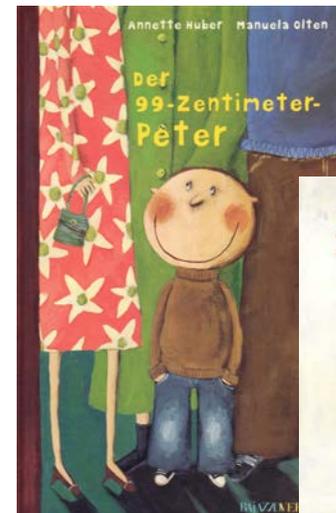
„Welcher Wurm ist bisher länger?“

„Kann einer der Würmer beim nächsten Würfeln aus dem Gänseblümchen-Guckloch schauen?“

Exkurs: Bilderbücher

- Dialogisches Vorlesen
- Handlungsbegleitende Aktivitäten zum mathematischen Kern der Geschichte

Beispiel: Bilderbuch



L2

L3

L4

L5

99 cm Peter

131

134
[auf Nachfrage:
Meter]

130 ist 737 Zentimeter
OSKAR ist 730 Zentimeter
BE nist 133 Zentimeter
carPonist 110 Zentimeter

Wie groß bist Du?

120

42 Zentimeter

138

Julien ist 1.28
1 Meter 25
Zentimeter

Beispiel: Der 99 cm Peter



Was ist ungefähr ein Meter lang?

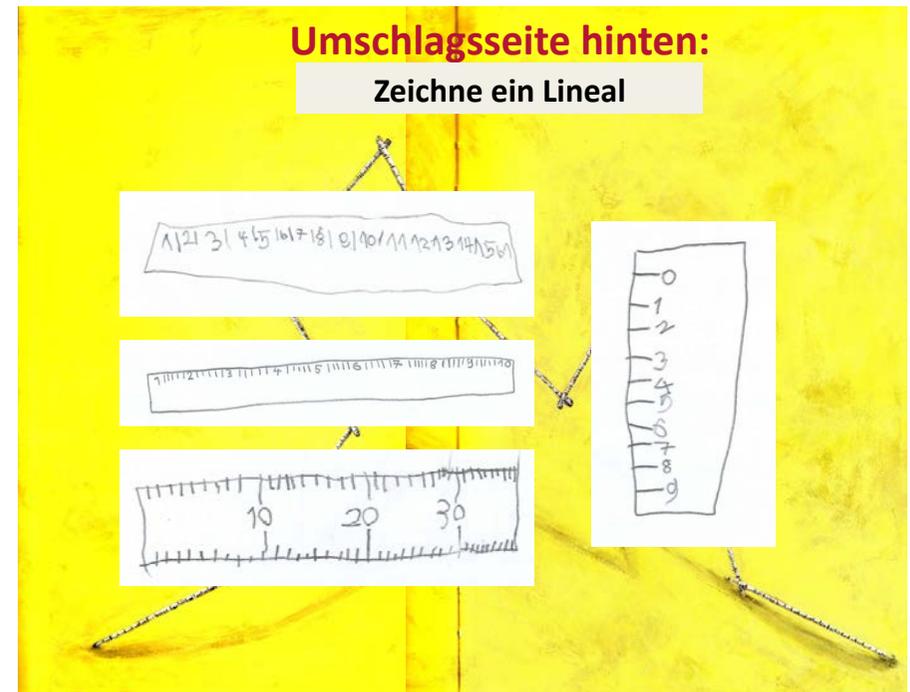
Beispiel: Der 99 cm Peter



Messen von Körperteilen

Umschlagsseite hinten:

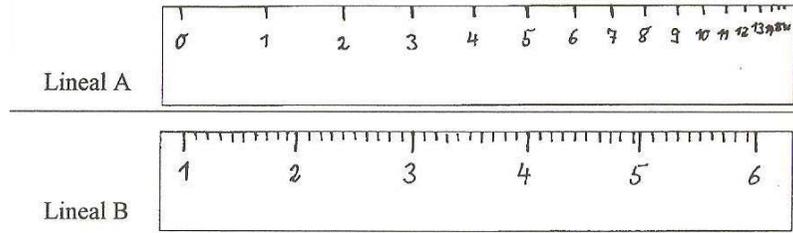
Zeichne ein Lineal



Linealbilder beurteilen

L4

Was fällt Dir auf?
Ist das Lineal richtig gezeichnet?



Fermi-Aufgaben

L3

L6

Die Buntstifte in diesem Glas sind hintereinander gelegt länger als ein Kind.



Fermi-Aufgaben

L5

L6

Wie viele Autos stehen in einem 3 km langen Stau?

Wie viele Autos stehen in einem 3 km langen Stau?

Jedes Auto ist 2 meter lang.
Und wenn 1km 1000 m sind.
3 km sind 3000 m.

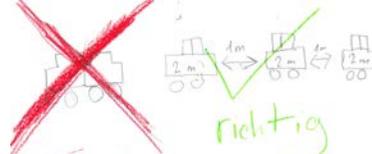
$$3000 : 2m = 1500m$$

$$1000 : 2m = 500m$$

$$2000 : 2m = 1000m$$

In dem 3km Stau stehen 1500 Autos.

Wie viele Autos stehen in einem 3 km langen Stau?



falsch

richtig

Ein Auto und eine Lücke sind 3m lang.

Fermi-Aufgaben

L5

L6

Wie viele Autos stehen in einem 3 km langen Stau?

Es gibt kleine und große aber auch mittlere Autos.
1m 2m 1,5m

3000m
1000m 1750 Autos
1000m 500 Autos
1000m 1000 Autos

Im Stau stehen 225 Autos.

Wichtig
Platz alle 1

3000m
1000m 1750 Autos
1000m 1000 Autos
500m 1000 Autos
500m 1000 Autos

Es sind mit einander und Autos 2050.

$$\begin{aligned} 10 \cdot 10 &= 100 \\ 10 \cdot 20 &= 200 \\ 10 \cdot 30 &= 300 \\ 10 \cdot 40 &= 400 \\ 10 \cdot 50 &= 500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &1000 \\ &+ 7750 \\ &----- \\ &1750 \\ &+ 250 \\ &----- \\ &2000 \\ &+ 50 \\ &----- \\ &2050 \end{aligned}$$

Komponenten des Längenkonzepts

Entwurf (Stand: 28.02.19)

	Beschreibung	K	EB	1/2	3/4
L1	Länge als Eigenschaft eines Objekts	x	x	x	x
L2	Direktes Vergleichen von Objekten	x	x	x	x
L3	Indirektes Vergleichen von Objekten		x	x	x
L4	Messen von Objekten mit standardisierten Einheiten		(x)	x	x
L5	Längenvorstellungen		(x)	x	x
L6	Mit Längen rechnen		(x)	x	x